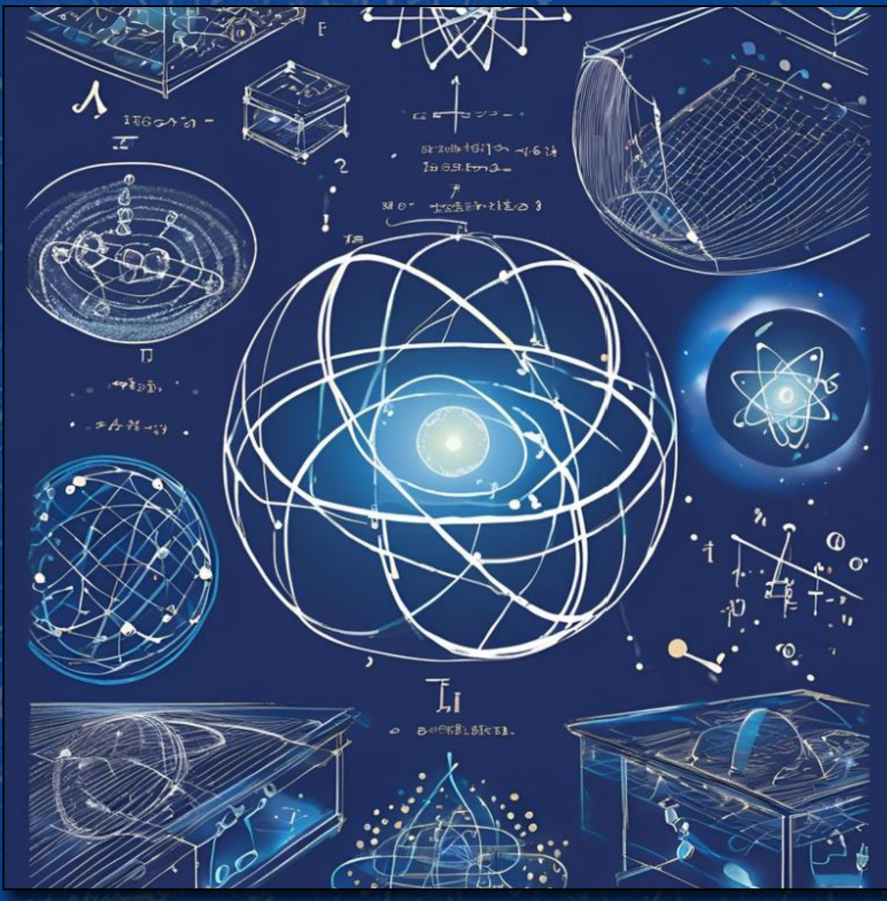
ANDREEA SABADUS
OANA IRIZOIU
DRAGOȘ TATOMIRESCU

FIZICA

APLICAȚII PENTRU INGINERI



Manualul Studentului
Editura POLITEHNICA

Colecţia "MANUALUL STUDENTULUI"

FIZICA

APLICAȚII PENTRU INGINERI

Lucrarea propusă spre publicare abordează un segment esențial în pregătirea științifică a viitorilor ingineri, și anume rezolvarea problemelor de fizică generală. Astfel, ea este o unealtă necesară în arsenalul cadrelor didactice de fizică dintr-o universitate cu specific tehnic.

Culegerea de față ajută la dobândirea de abilități în aplicarea legilor şi fenomenelor fizice, constituind un material binevenit atât pentru studenţi, cât şi pentru profesori în activitatea de seminar ce presupune aprofundarea cunoștințelor de fizică, fiind un material auxiliar necesar în munca lor în cadrul seminariilor de fizică generală.

Referent științific: Prof. univ. dr. Daniela SUSAN-RESIGA

Cartea „Fizica. Aplicatii pentru ingineri" este o culegere de probleme structurată în 8 capitole. Fiecare capitol abordează o temă din fizica generală: mecanică clasică, unde, fizica moleculară și caldura, optică, electricitate, fizica atomică și fizica semiconductorilor.

Culegerea de probleme este scrisă de autori cu experiență didactică în predarea diferitelor capitole din fizica.

Referent științific: Prof. univ. dr. Marius PAULESCU

ANDREEA SABADUS OANA IRIZOIU
DRAGOŞ TATOMIRESCU

FIZICA

APLICAȚII PENTRU INGINERI

Colecţia "MANUALUL STUDENTULUI"

Manualul Studentului

EDITURA POLITEHNICA
TIMIŞOARA – 2024

EDITURA POLITEHNICA
Bd. Republicii nr. 9
300159 Timişoara, România

Tel. 0256.403.822
E-mail: editura@upt.ro

Redactor: Claudia MIHALI

Bun de imprimat: 26.09.2024
Coli de tipar: 10
ISBN 978-606-35-0596-6

Tiparul executat sub comanda nr. 21
la Tipografia Universităţii Politehnica Timişoara

PREFAȚĂ

Această culegere de probleme de Fizică a fost elaboarată în acord cu conţinutul programelor de învăţământ atât de la Facultăţile de Electrotehnică şi Electroenergetică (EE, ET), Telecomunicaţii şi Tehnologii Informaţionale (ETcTI), Mecanică din Universitatea Politehnica Timişoara (UPT), cât și în conformitate cu programa Facultății de Fizică a Universității de Vest din Timişoara (UVT).

Cartea este structurată în opt capitole fundamentale ale fizicii care vin în sprijinul aprofundării cunoștințelor pe care studenții le dobândesc în cadrul cursurilor.

Culegerea de probleme de fizică este adresată studenţilor din anul I, viitorilor ingineri ai Universității Politehnica din Timisoara, dar și studenților Facultății de Fizică ai Universității de Vest, viitori profesori de Fizică.

Departe de a fi exhaustiv, materialul didactic este realizat atât pe baza seminariilor şi exemplelor de la cursurile de Fizică susținute în cadrul UPT, cât și a seminariilor predate în cadrul Facultății de Fizică din UVT, pe care autorii le-au susţinut în ultimii ani. Mare parte din probleme sunt originale, dar am prelucrat şi reformulat şi probleme din alte culegeri de probleme din tematica noastră.

Primul capitol este dedicat problemelor de Mecanică Clasică Newtoniană, el corespunzând seminariilor de Fizică din anul I de la ambele universități. Capitolul doi conţine probleme de Oscilaţii și Unde Elastice. În capitolul trei sunt grupate problemele de Fizică Moleculară și Căldură. Capitolul patru este capitol de Optică Geometrică, Fotonică și Ondulatorie. Capitolulul cinci este dedicat aplicațiilor de Electricitate, iar în capitolul șase sunt probleme de Electromagnetism și Unde Electromagnetice. În capitolul șapte se regăsesc problemele de Fizică Atomică și Nucleară, iar capitolul opt conține probleme de Fizica Semiconductorilor.

Premergător problemelor propuse, fiecare capitol conține noțiuni de teorie care introduc formulele și legile necesare în rezolvarea problemelor propuse în capitolul respectiv. De asemenea, pentru a veni în sprijinul studenților, problemele propuse în acest material didactic au răspunsul corect, la sfârșitul enunţului. Astfel, studentul poate să verifice imediat dacă a rezolvat corect problema propusă.

Prin rezolvarea problemelor din această culegere, ne dorim ca studenţii noştri să-şi clarifice și să își aprofundeze cunoştinţele teoretice dobândite la cursurile de Fizică. Totodată, dezvoltarea gândirii, a raționamentelor logice, dar și a creativității prin rezolvarea de probleme poate direcționa studenții spre o mai bună întelegere a importanței Fizicii în viața cotidiană.

Suntem recunoscători celor doi referenți și tuturor colegilor care au contribuit la realizarea acestei culegeri de probleme prin discuţii, sugestii şi sfaturi utile.

Timișoara, 2024

Andreea Sabadus, Oana Irizoiu, Dragoș Tatomirescu

CAPITOLUL I

MECANICĂ CLASICĂ NEWTONIANĂ

1.1. Noțiuni de teorie

a) MĂRIMI ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ ÎN SISTEMUL INTERNAȚIONAL

Mărimea fizică este o proprietate a unei stări sau a unui proces ale unui sistem fizic, care este observabilă și măsurabilă, deci exact cuantificabilă. Mărimea fizică are o determinare cantitativă: <u>*valoarea numerică*</u> și una calitativă: <u>*unitatea de măsură*</u>. Mărimea fizică este exprimată uzual ca un produs între valoarea numerică și unitatea de măsură.

Mărimile fizică este exprimată uzual ca un produs între valoarea numerică și unitatea de măsură. fizice se împart în două clase: a) mărimi fundamentale: mărimi care nu pot fi introduse într-o teorie pe baza altor mărimi, ci numai direct din experiență; b) mărimi derivate: sunt mărimi care se introduc într-un domeniu de cercetare cu ajutorul altor mărimi. Întrucât mărimea fizică este o observabilă și, deci, o măsurabilă, aceasta poate fi determinată cu precizie, folosind unități de măsură. Ansamblul unităţilor fundamentale şi a celor derivate constituie un sistem de unităţi.

În cadrul Conferinței Generale de Măsuri și Greutăți, de la Paris, anul 1960, s-a stabilit Sistemul Internațional de Unități de Măsură: conține 7 unități fundamentale, dintre care primele trei intervin în mecanică și în toată fizica, celelalte unități fiind alese pentru fiecare domeniu fundamental din fizică.

Mărimea	<u>*Simbolul mărimii*</u>	<u>*Simbolul dimensiunii*</u>	<u>*Unitatea mărimii*</u>	<u>*Simbolul unității*</u>
Lungimea	l	L	metrul	M
Masa	m	M	kilogramul	kg
Timpul	t	T	secunda	s
Intensitatea curentului electric	I	I	amper	A
Temperatura termodinamică	T	θ	Kelvin	K
Cantitatea de substanţă	ν	Q	mol	mol
Intensitatea luminoasă	I	J	candela	cd

a) Unitatea de lungime: Metrul este lungimea drumului parcurs de lumină în vid în timp de 1/299 792 458 dintr-o secundă (1983). În SI, viteza luminii în vid este considerată fixă și exactă, prin convenție, $c = 299.792.458\, m/s$

b) Unitatea de masă: Kilogramul este masa prototipului internațional al kilogramului confecționat dintr-un aliaj de platină și iridiu (90 % - 10 %) și care se păstrează la Biroul Internațional de Măsuri și Greutăți (BIPM) de la Sèvres - Franța. (1901)

c) Unitatea de timp: Secunda este durata a 9.192.631.770 perioade ale radiației care corespunde tranziției între două nivele de energie hiperfine ale stării fundamentale a atomului de cesiu 133 la temperatura de 0K. (1967)

d) Unitatea de curent electric: Amperul este intensitatea unui curent electric constant care, menținut în două conductoare paralele, rectilinii, cu lungimea infinită și cu secțiunea circulară neglijabilă, așezate în vid, la o distanță de 1 metru unul de altul, ar produce între aceste conductoare o forță de $2\times10^{-7}\, N$ pe o lungime de 1 *m* de conductor. (1948)

e) Unitatea de temperatură termodinamică: Kelvin, unitate de temperatură termodinamică, este fracțiunea 1/273,16 din temperatura termodinamică a punctului triplu al apei. (1967)

f) Unitatea de cantitate de substanță: Molul este cantitatea de substanță a unui sistem care conține atâtea entități elementare câți atomi există în 0,012 *kg* de carbon C_{12}. De câte ori se întrebuințează molul, entitățile elementare trebuie specificate, ele putând fi atomi, molecule, ioni, electroni, alte particule sau grupuri specificate de asemenea particule. Acest număr de unități elementare se numește numărul lui Avogadro. (1971)

g) Unitatea de intensitate luminoasă: Candela este intensitatea luminoasă, într-o direcție dată, a unei surse care emite o radiație monocromatică cu frecvența de 540×10^{12} *Hz* și a cărei intensitate energetică, în această direcție este de 1/683 *W/sr*. (1979).

Multipli şi submultipli unităţilor fundamentale şi derivate se formează cu ajutorul prefixelor care funcţie de puterile lui 10. Denumirile multiplilor și submultiplilor se găsesc în tabelul de mai jos:

Puterea lui 10	*Multipli*									
	1	2	3	6	9	12	15	18	21	24
Denumire	*deca*	*hecto*	*kilo*	*mega*	*giga*	*tera*	*peta*	*exa*	*zeta*	*yotta*
Simbol	da	h	k	M	G	T	P	E	Z	Y
Puterea lui 10	*Submultipli*									
	-1	-2	-3	-6	-9	-12	-15	-18	-21	-24
Denumire	*deci*	*centi*	*mili*	*micro*	*nano*	*pico*	*femto*	*atto*	*zepto*	*yocto*
Simbol	d	c	m	μ	n	p	f	a	z	y

Unităţi *tolerate* frecvent utilizate sunt: 1Å = 10^{-10} m, 1 eV = $1{,}6\cdot10^{-19}$ J, 1u=$1{,}67\cdot10^{-27}$ kg (unitatea atomică de masă, u.a.m), caloria cal = 4,186 J. Unităţi *suplimentare* sunt: radianul (rad) şi steradianul (sr).

b) PRINCIPII ȘI LEGI ÎN MECANICA CLASICĂ

- Vectorul de poziție $\vec{r}$: $r^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2$

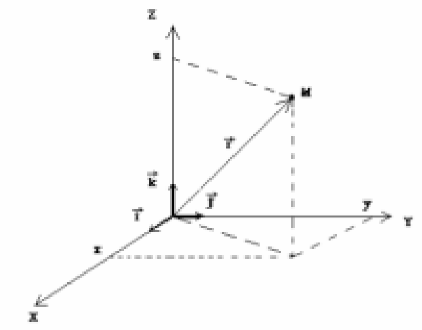


Fig. 1.1. Reprezentarea vectorului de poziție într-un sistem de coordonate carteziene.

- Vectorul deplasare $\Delta\vec{r}$: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
- Viteza medie $\vec{v}_m$: $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$ sau $v_m = \dfrac{d}{\Delta t} = \dfrac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1}$

  Viteza medie în mișcarea uniform accelerată sau încetinită: $v_m = \dfrac{v_1 + v_2}{2}$

- Viteza momentană sau instantanee: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$
- Accelerația medie: $\vec{a}_m$: $\vec{a}_m = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$ sau $a_m = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$
- Accelerația momentană sau instantanee: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}}$

- ***Legile mișcării rectilinii uniform variate***

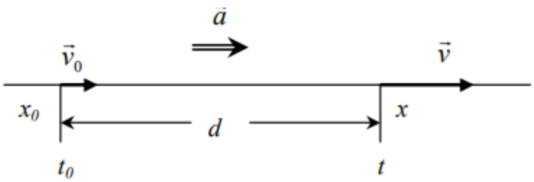


Fig. 1.2. Reprezentarea grafică a legii mișcării rectilinii uniform variate.

- mișcare rectilinie uniformă, dacă a=0
- mișcare rectilinie uniform accelerată, dacă a>0
- mișcare rectilinie uniform încetinită, dacă a<0
- În mișcarea curbilinie întotdeauna $a \neq 0$, deoarece viteza își modifică direcția și sensul

Legea vitezei: $v = v_0 + a(t - t_0)$

Legea spațiului: $x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a(t - t_0)^2}{2}$

Ecuația Galilei: $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

Pentru momentul inițial $t_0 = 0$, relațiile devin:

- $v = v_0 + at$
- $x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$
- $v^2 = v_0^2 \pm 2ax$ - ecuația atemporală Galilei

- Un caz particular al mișcării, îl reprezintă *mișcarea în câmp gravitațional uniform pe verticală (g=9,81 m/s²* – accelerația gravitațională*)*

- *La urcare*

$$\begin{cases} v = v_0 - gt \\ h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \\ v^2 = v_0^2 - 2gh \end{cases}$$

La coborâre

$$\begin{cases} v = v_0 + gt \\ h = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \\ v^2 = v_0^2 + 2gh \end{cases}$$

- ***Principiile mecanicii clasice – principiile newtoniene***

1. Principiul I (principiul inerției): *Un corp își menține stare de repaus sau mișcare rectilinie uniformă, atât timp cât asupra lui nu acționează alte corpuri care să îi schimbe această stare.*

2. Principiul II (principiul fundamental al mecanicii): *Forța (rezultanta forțelor) ce acționează asupra unui corp este egală cu produsul masa corpului și accelerația imprimată acestuia.*
   $\vec{F} = m\vec{a}$ sau $\vec{R} = m\vec{a}$
   $[F] = 1kg \cdot 1m/s^2 = 1N\ (Newton)$
   Newtonul este forța care acționând asupra unui corp cu masa de 1kg îi produce o accelerație de 1m/s^2 în direcția și sensul său.

3. Principiul III (principiul acțiunilor reciproce): *Dacă un corp acționează asupra unui alt corp cu o forță numită acțiune, atunci cel de-al doilea corp acționează asupra primului cu o forță egală în modul și opusă ca sens, numită reacțiune.*

4. Principiul IV (principiul suprapunerii forțelor): *Dacă mai multe forțe acționează asupra unui punct material în același timp, fiecare forță produce propria sa accelerație în mod independent de acțiunea celorlalte, accelerația rezultantă fiind egală cu suma vectorială a accelerațiilor independente.*

- ***Tipuri de forțe în mecanică***

○ *Forța de atracție gravitațională* ($\vec{F}$)

Legea atracției universale: $F = K\dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$, unde $K = 6{,}673 \cdot 10^{-11}\dfrac{Nm^2}{kg^2}$ este constanta atracției gravitaționale

Pentru un corp cu masă *m*, aflat în vecinătatea Pământului (masa Pământului $m_P = 5{,}9736 \cdot 10^{24}\ kg$ și raza Pământului $r \approx R_P = 6{,}37 \cdot 10^6 m$)

$$F = K\frac{m_P \cdot m}{R_P^2} = \left(K\frac{m_P}{R_P^2}\right) \cdot m = mg \quad \text{sau } \vec{G} = m\vec{g}$$

Accelerația gravitațională: $g = \frac{Km_P}{R_P^2} = 9{,}81 m/s^2$, g = 9,832 m/s^2 la Poli și g = 9,780 m/s^2 la Ecuator

- *Normala* ($\vec{N}$) : forța de reacțiune normală la suprafața de contact.
- *Forța de frecare* ($\vec{F}_f$): se manifestă la suprafața de contact dintre două corpuri aflate în mișcare. $F_f = \mu N$
  - μ - coeficientul de frecare la alunecare, mărime adimensională
  - Forța de frecare se opune sensului de mișcare a corpului
- *Tensiunea* ($\vec{T}$): este forța de întindere care acționează în fire, cabluri, tije supuse acțiunii unei forțe exterioare, are aceeași valoare oriunde ar fi secționat firul
- *Forța elastică* ($\vec{F}_e$): este egală în modul și opusă ca sens forței deformatoare
  - $\vec{F}_e = -k \cdot \vec{x} \quad F_e = k \cdot \Delta l$
  - k – constanta elastică (N/m)
  - $x = \Delta l = |l - l_0| = alungirea\ sau\ deformarea\ (m)$
  - l – lungimea finală
  - l_0 – lungimea inițială

Legea lui Hooke

$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0}$, unde E – modulul lui Young (modul de elasticitate), F – forța deformatoare, S – aria secțiunii transversale a firului

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad efort\ unitar, [\sigma]_{SI} = 1\ N/m^2$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad alungire\ relativă, [\varepsilon]_{SI} = 1$$

$$k = \frac{E \cdot S}{l_0} = \frac{F}{\Delta l} \quad const.\ elastică, [k]_{SI} = 1\ N/m$$

c) TEOREME DE VARIAȚIE ȘI LEGI DE CONSERVARE ÎN MECANICĂ

o *Lucrul mecanic* al unei forțe constante al cărei punct de aplicație se deplasează pe o dreaptă (mărime de proces, scalară): $L = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos\alpha$, unde α este unghiul dintre F și d, $[L]_{SI} = 1\,J\,(Joule)$

- *Lucrul mecanic al unei forțe variabile*: $L = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$ *(aria graficul forței și deplasării)*
- *Forțele conservative:* forțele a căror lucru mecanic nu depinde de drumul parcurs, ci doar de poziția inițială și finală (greutatea, forța elastică)
- *Forțele neconservative sau disipative:* forța de frecare

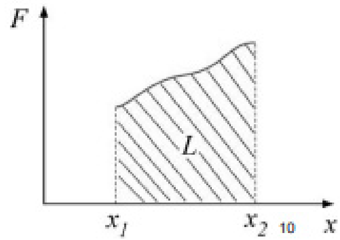


Fig. 1.3. Interpretarea geometrică a lucrului mecanic.

- *Lucrul mecanic al greutății*: $L_G = \begin{cases} mgh, \text{ la coborâre} \\ -mgh, \text{ la urcare} \\ 0, \text{ pe orizontală} \end{cases}$

h – înălțimea pe care se deplasează punctul de aplicație al greutății

- *Lucrul mecanic al forței elastice*: $L = -\frac{kx^2}{2}$

\- forța deformatoare efectuează un lucru mecanic egal și de sens contrar cu cel al forței elastice

- *Lucrul mecanic al forței de frecare la alunecare*: $L_f = -F_f \cdot d = -\mu N d$
- *Randamentul planului înclinat*: $\eta = \frac{L_{util}}{L_{consumat}} = \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}$

o *Puterea mecanică:* $[P]_{SI} = 1\,W\,(Watt)$, $1\,CP = 736\ W$

- Puterea mecanică medie: $P_m = \dfrac{L}{\Delta t} = F \cdot v_m$
- Puterea momentană: $P = F \cdot v$

○ <u>*Energia mecanică:*</u> $E = E_c + E_p$, $[E]_{SI} = 1J$ (*Joule*)

- Energia cinetică a unui punct material: $E_c = \dfrac{mv^2}{2}$
- Energia potențială gravitațională: $E_p = mgh$
- Energia potențială elastică: $E_p = \dfrac{k\Delta l^2}{2}$
- <u>*Teorema conservării energiei mecanice*</u>:

$$E_{initială} = E_{finală} = constantă$$

$$E_c^i + E_p^i = E_c^f + E_p^f$$

✓ Teorema de variație a energiei cinetice a punctului material: $\Delta E_c = L_{total} = L_c + L_{nc}$ (lucru mecanic conservativ și neconservativ)

✓ Teorema de variație a energiei potențiale a punctului material: $\Delta E_p = -L_c$

✓ Teorema de variație a energiei mecanice a punctului material: $\Delta E = L_{nc}$

○ <u>*Impulsul punctului material*</u>:

$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$, $[p]_{SI} = 1\,N \cdot s$

- Teorema de variație a impulsului unui punct material: *Variația impulsului punctului material este egală cu impulsul forței aplicate acestuia:* $\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t = \vec{H}$, $\vec{H}$ *este impulsul forței*
- Legea conservării impulsului punctului material: Impulsul unui punct material izolat se conservă:

$\vec{F} = 0 \Rightarrow \Delta \vec{p} = 0 \Leftrightarrow \vec{p}_{initial} = \vec{p}_{final} \Leftrightarrow \vec{p} = const$

- *Ciocniri plastice:* $v' = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$,unde m_1 și m_2 sunt masele celor două corpuri, v_1 și v_2 sunt vitezele corpurilor înainte de ciocnire, iar u este viteza comună a corpurilor după ciocnire.
- *Căldura, Q degajată în urma unei ciocniri plastice*

$$Q = -\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)^2$$

- *Ciocniri elastice*: vitezele u_1 și u_2 în urma ciocnirii sunt:

$$v_1^{'} = 2 \cdot \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - v_1 \qquad v_2^{'} = 2 \cdot \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - v_2$$

- <u>*Momentul forței*</u> ($\vec{M}$)
  - Momentul forței în raport cu un punct material este definit de produsul vectorial: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ unde $\vec{r}$ este vectorul care precizează punctul de aplicație al forței. $[M]_{SI} = 1 N \cdot m$
  - Mărimea momentului forței este dată de: $M = r \cdot F \cdot \sin\alpha = (r \cdot \sin\alpha) \cdot F = b_F \cdot F$, unde b_F este brațul forței

- <u>*Momentul cinetic*</u> ($\vec{L}$)
  - Se mai numește și *momentul impulsului sau momentul unghiular*. Momentul cinetic al unui punct material este definit de produsul vectorial: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$, unde $m\vec{v}$ este impulsul. $[L]_{SI} = \frac{kg \cdot m^2}{s}$
  - Teorema conservării momentului cinetic: Dacă momentul forței rezultante este egal cu zero, atunci momentul cinetic se conservă (este constant): $\vec{M} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = const$

- <u>*Momentul de inerție*</u> (I)
  - Momentul de inerție este o mărime fizică care exprimă măsura prin care un corp se opune modificării stării sale de mișcare de rotație la acțiunea unui moment al forței.
  - Momentul de inerție este analog masei inerțiale de la mișcarea liniară, descrie relația matematică dintre momentul cinetic și viteză unghiulară : $L = I \cdot \omega$, $[I]_{SI} = kg \cdot m^2$

d) ELEMENTE DE MECANICA FLUIDELOR

- *Presiunea hidrostatică:* $p = \frac{F}{S} = \rho g h$

- *Legea lui Pascal:* presiunea aplicată unui fluid închis într-un vas se transmite cu aceeași intensitate în fiecare porțiune din fluid și până la pereții vasului.

$$\Delta p_0 = \Delta p; \quad p = p_0 + \rho g h$$

Pe baza principului lui Pascal funcționează presele hidraulice:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}; \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

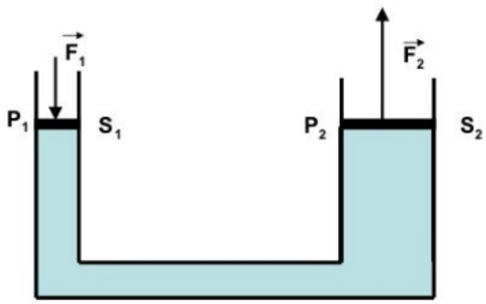


Fig. 1.4. Presa hidraulică ca aplicație a legii lui Pascal.

Vasele comunicante funcționează conform legii lui Pascal:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

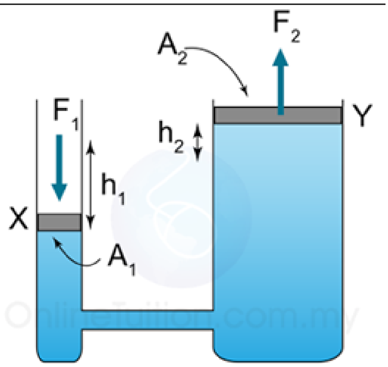


Fig. 1.5. Vase comunicante funcționând conform legii lui Pascal.

•*Legea lui Arhimede:* un corp de volum V cufundat în întregime sau parțial într-un fluid aflat în repaus este împins de jos în sus cu o forță egală cu greutatea volumului de fluid dezlocuit de corp.

Forța arhimedică: $F_A = \rho V g$

Forța ascensională: $F_a = F_A - G$

Greutatea aparentă: $G_a = G - F_A$

1.2. Probleme propuse

1. Un corp este aruncat vertical de sus în jos cu viteza inițială v_0 = 19,6 m/s. În ultima secundă el străbate n = 1/4 din drumul total parcurs.

Să se calculeze:

a) Valoarea timpului de cădere (t);
b) Valoarea vitezei în momentul atingerii solului;
c) Valoarea înălțimii de la care cade.

R: *a) t = 6 s; b) v = 78,4 m/s; c) h = 294 m*

2. Un corp este aruncat sub unghiul $\alpha = 45^0$ cu orizontala, cu viteza inițială $v_0 = 20\, m/s$. Să se determine valoarea înălțimii la care vectorul viteză formează unghiului $\beta = 30^0$ cu orizontala.

R: *h = 6,8 m*

3. Un mobil execută o mișcare uniform accelerată fără viteză inițială. Știind că accelerația mobilului este a = 2 m/s^2, să se calculeze:

a) Valoarea spațiului parcurs de mobil în secunda a 10-a de la pornire
b) Valoarea timpului în care străbate jumătate din spațiul parcurs în cele zece secunde.

R: *a) s = 19 m; b) t = 7,07 s*

4. Din țeava unei puști cu lungimea l = 1m iese un glonț cu viteza v = 860 m/s. În timpul parcurgerii țevii, glonțul efectuează o rotație completă. Diametrul țevii este D = 6,5 mm.

Să se calculeze:
a) Valoarea vitezei unghiulare;
b) Valoarea accelerației unghiulare;
c) Valoarea accelerației normale și tangențiale.

R: $a)\ \omega = 5,4\cdot 10^3\ s^{-1};\ b)\ \beta = 2,3\cdot 10^6\ s^{-2}$
$c)\ a_n = 9,5\cdot 10^4\ m/s^2;\ a_t = 7,5\cdot 10^3\ m/s^2$

5. Un corp cu masa *m* este suspendat cu un fir de un stativ, care la rândul său este fixat pe un cărucior. Să se determine tensiunea T din fir și unghiul pe care firul îl formează cu verticala în următoarele situații:
a) Când căruciorul se deplasează orizontal cu accelerația constantă *a;*
b) Când căruciorul urcă, respectiv coboară pe un plan înclinat, care formează unghiul α cu orizontala, având o accelerație constantă a_1.

R:
$$a)\ \varphi = arctg\frac{a}{g},\ T = m\sqrt{a^2+g^2}$$
$$b)\ tg\varphi = \frac{\frac{a_1}{g}\cos\alpha}{1+\frac{a_2}{g}\sin\alpha},\ T = m\sqrt{g^2+a_1^2+2a_1g\sin\alpha}$$

6. Un autoturism având masa m = 750 kg dezvoltă o forță de tracțiune F_t = 700 N. El intră la un moment dat pe o porțiune înzăpezită având viteza v_0 = 90 km/h și iese cu viteza v = 54 km/h. Să se calculeze lungime porțiunii înzăpezite, știind că valoarea coeficientului de frecare la alunecare este $\mu = 0,1$.

R: *s = 3000 m*

7. Un corp cu masa m = 2 kg cade de la înălțimea h. După un anumit interval de timp atinge viteza v_1 = 8 m/s și, cu această viteză, începe să alunece pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha = 60^0$. Corpul se deplasează pe planul înclinat timp de t = 1,5 s, atingând în final viteza v_2 = 7,6 m/s.

Să se calculeze:
a) Timpul necesar corpului pentru a ajunge pe planul înclinat;
b) Accelerația corpului pe plan;
c) Lungimea planului;
d) Energia consumată în timpul mișcării pe plan.

R: $a)t = 0,8\,s; b)\,a = 0,26\,m/s^2; c)\,l = 12\,m; d)\,W = 214\,J$

8. Un corp având greutatea $G_1 = 50$ N poate să se deplaseze pe o suprafață orizontală, fiind tras de un fir trecut peste un scripete, la capătul căruia este suspendat un alt corp cu masa $m_2 = 5$ kg. Cunoscând coeficientul de frecare dintre corpul de masă m_1 și suprafață, să se determine:
a) Forța de frecare dintre corp și suprafață și tensiunea din fir;
b) Ce masă ar trebui să aibă corpul de masă m_2 pentru ca sistemul să se deplaseze uniform.

R: $a)F_f = 5\,N; T = 27,5\,N$
$b)m_2 = 0,5\,kg$

9. Un corp cu masa m = 8 kg se deplasează cu accelerația $a = 0,5$ m/s^2 pe un plan orizontal, fără frecare. Să se afle:
a) Valoarea forței orizontale care produce deplasarea corpul;
b) Viteza pe care o are corpul la momentul t = 20 s;
c) Distanța parcursă de corp în primele 20 s;
d) Energia cinetică a corpului în momentul t = 20 s;
e) Lucrul mecanic efectuat de forța ce deplasează corpul în timpul t = 20s.

R: *a) F = 4N; b) v = 10m/s; c) x = 100 m; d)* E_c *= 400 J; e) L = 400 J*

10. O locomotivă cu puterea P = 480 kW trage orizontal o garnitură de vagoane cu o masă totală de m = 400 t. Coeficientul de frecare la alunecare între tren și șine este $\mu = 0,015$. Să se afle:
a) Viteza maximă pe care o poate atinge garnitura de vagoane;
b) După ce atinge viteza maximă, locomotiva încetează să acționeze asupra garniturii de vagoane. Să se calculeze intervalul de timp și distanța parcursă de garnitură din acel moment până la oprire;
c) Puterea medie consumată în timpul frânării.

R: $a)\,v_{max} = 8\,m/s; b)\,t_m = 53\,s; s_m = 213\,m;$
$c)P_m = 240\,kW$

11. Să se afle:
a) Lucrul mecanic necesar pentru a ridica un corp cu masă m = 10t, aflat inițial la suprafața Pământului, la o înălțime egală cu raza Pământului R = 6400 km;
b) Valoare și direcția vitezei necesare pentru a înscrie corpul pe o traiectorie circulă la distanța de sol specificată la pct a);
c) Momentul cinetic al corpului.

R*: a) L = 313 GJ; b) v = 5,6 km/s; c)* $M = 0,7 \cdot 10^{15}\ J \cdot s$

12. Un corp alunecă pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha = 30^0$ față de orizontală, după care își continuă mișcarea pe un plan orizontal. Pe planul înclinat, deplasarea se face fără frecare, iar pe planul orizontal cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu = 0,25$. Viteza corpului la baza planului este v_0 = 25 m/s, să se calculeze:

a) Înălțimea față de orizontală de la care începe să alunece corpul pe planul înclinat;
b) Distanța parcursă de corp pe planul orizontal;
c) Durata mișcării corpului pe planul orizontal și durata mișcării pe planul înclinat.

R: *a) h = 31,25 m; b) s = 125 m; c) t = 5 s; d)* t_1 *= 10 s*

13. Un corp cade vertical de la înălțime h = 520 m. După 2 secunde de la începerea căderii libere a corpului, un al doilea corp este aruncat vertical în sus de la sol cu viteza inițială v_0 = 80 m/s. Să se afle:

a) Momentul și înălțimea la care cele două corpuri se întâlnesc;
b) Viteza relativă cu care cele două corpuri trec unul pe lângă celălalt;
c) Înălțimea maximă atinsă de al doilea corp.

R: *a) t = 7 s, s = 275 m; b)* v_r *= 100 m/s; c)* h_{max} *= 320 m*

14. Un corp cu masa m_1 = 1kg este lansat pe o suprafață orizontală cu viteza inițială v_0 = 10 m/s și ciocnește perfect elastic un alt corp aflat în repaus, la distanța d = 50 m. Să se calculeze:

a) Masa celui de al doilea corp, astfel încât după ciocnire primul corp să se oprească;
b) Coeficientul de frecare la alunecare al primului corp, astfel ca după ciocnire viteza imprimată celui de al doilea corp să fie v_2 = 9 m/s.

R: *a)* m_2 *= 1 kg; b)* $\mu = 0,019$

15. Un tub cilindric cu pereți de grosime neglijabilă, are masa m = 94,2 g și raza r = 10 cm. Tubul se află inițial în repaus și poate efectua doar

o mişcare de rotație, fără frecare, în jurul propriei axe. Asupra tubului acționează un moment de forțe constant, având direcția axei tubului. Știind că lucrul mecanic efectuat în cursul unei rotații complete este L = 4,71 J, să se afle:

a) Momentul forțelor care acționează asupra tubului;
b) Viteza unghiulară a tubului atunci când acesta efectuează o rotație completă pornind din repaus;
c) Timpul necesar pentru a efectua o rotație completă.

R: $a) M = 0,75\, N\cdot m; b) \omega = 31,6\, rad/s; c) t = 0,4\, s$

16. Pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha = 30^0$ față de orizontală, un corp cu masa m = 2 kg este ridicat sub acțiunea unei forțe F orientată sub unghiul $\theta = 45^0$ față de planul înclinat. Cunoscând valoarea coeficientului de frecare la alunecare dintre corp și plan $\mu = 0,2$, să se calculeze:

a) Valoarea minimă a forței F pentru care corpul nu apasă pe plan;
b) Valoarea forței F pentru care corpul urcă uniform accelerat pe plan, cu accelerația $a_1 = 2m/s^2$;
c) Valoarea forței F pentru care corpul coboară uniform accelerat pe plan, cu accelerația $a_2 = 1m/s^2$.

R: *a)* F_{min} *= 24 N; b) F = 20,3 N; c) F = 7,8 N*

17. Două corpuri cu masele de 2 kg și, respectiv 4 kg se deplasează cu vitezele de 2 m/s și, respectiv 4 m/s. Unghiul format de direcţiile celor două viteze este de π radiani. Corpurile se ciocnesc perfect plastic.

Care este viteza lor după ciocnire și câtă căldură se degajă?

R: *v* = 0.6 m/s; *Q* =32.4 J

18. Un corp cu masa m = 1 kg este aruncat vertical în jos de la o înălțimea h = 240 m cu o viteză inițială v_0 = 17 m/s și pătrunde în sol până la o adâncime d = 20 cm. Să se determine:

a) Energia mecanică a corpului la momentul t = 1s după lansare;
b) Viteza pe care o are corpul în momentul în care atinge solul;
c) Forța medie de rezistență a solului.

R: *a) E = 2,54 kJ; b) v = 5,1 m/s; c) F = 65 N*

19. Dacă un corp cu masa m = 15 g ciocnește perfect elastic un corp cu masa M aflat în repaus, el continuă să se deplaseze pe aceeași direcție și în

același sens, cu un sfert din viteza sa inițială. Care este masa M a corpului ciocnit?

R: $M = 9\ g$

20. La capetele unui fir inextensibil de masă neglijabilă, trecut peste un scripete fix de rază R = 10 cm și moment de inerție $I = 0,5 g \cdot m^2$, sunt suspendate două corpuri cu masele m_1 = 200 g și m_2 = 300 g. Inițial, corpurile sunt în repaus, ambele fiind la aceeași înălțime h = 4 m față de sol. După aceea, sistemul este lăsat liber, acesta mișcându-se sub acțiunea greutății celor două corpuri. Se neglijează frecările cu axul scripetelui și alunecare firului. Se cere:

a) Accelerația corpurilor și tensiunea din fir;
b) Timpul după care distanța dintre corpuri este d = 1,88 m;
c) Momentul cinetic al sistemului, atunci când cele două corpuri se află la distanța d.

R: *a)* $a = 1,8\ m/s^2$; *b)* $t = 1\ s$; *c)* $J = 99\ kJ$

21. Un corp cu masa m = 600 kg este urcat pe un plan înclinat de lungime l = 3m și înălțime h = 1 m. Se cunoaște coeficientul de frecare la alunecare $\mu = 1/\sqrt{2}$. Să se calculeze:

a) Forțele necesare pentru urcarea uniformă, respectiv urcarea accelerată cu accelerația a = 0,5 m/s^2, a corpului pe planul înclinat;
b) Puterea dezvoltată de o mașină utilizată pentru urcarea accelerată de la baza planului până în vârful acestuia;
c) Randamentul planului înclinat, în cazul urcării uniforme.

R: $a) F_0 = 6\ kN, F = 9\ kN; b) P_m = 7,8\ kW; c) \eta = 1/3$

22. O sferă cu masa m_1 = 100 g se deplasează orizontal cu viteza v_1 = 2 m/s și se ciocnește elastic cu o altă sferă suspendată de un fir inextensibil de masă neglijabilă și lungime l = 100 cm, care se află inițial în repaus. Cunoscând că, după ciocnire, cea de-a doua sferă se ridică până la înălțimea h = 3,2 m, iar prima sfera se deplasează în sens opus cu aceeași viteză, $-v_1$, să se determine:

a) Masa celei de-a doua sfere;
b) Viteza și energia cinetică a primei sfere după ciocnire.

R: *a)* $m_2 = 400\ g$; *b)* $v = 1,2\ m/s$, $E_c = 72\ mJ$

23. Pe fundul unui lac cu apă de densitate $\rho_0 = 1000 kg/m^3$ și adâncime h = 5 m, este lăsat liber un corp cu densitatea $\rho = 800 kg/m^3$. Frecările sunt considerate neglijabile. Să se determine:

a) Timpul necesar corpului pentru a ajunge la suprafață;
b) Înălțimea maximă la care se ridică corpul deasupra apei;
c) Densitatea unui alt corp, care lăsat liber de la exact aceeași adâncime, ajunge la suprafață într-un timp de două ori mai scurt decât primul corp.

R: *a)* $t = 2\ s$; *b)* $h = 20\ m$; *c)* $\rho = 500 kg / m^3$

24. Un corp de mici dimensiuni alunecă liber în jos, fără viteză inițială, de pe vârful unei sfere fixe, netede, de rază R = 3 m. La ce înălțime de vârful sferei se va desprinde corpul de aceasta?

R: $h = 1m$

25. Două vase cilindrice cu diametrul D = 4 cm fiecare sunt unite în partea de jos printr-un tub de volum neglijabil. Într-unul din vase se toarnă volumul $V_1 = 0{,}5$ l de apă, iar în celălalt volumul $V_2 = 0{,}5$ l de petrol.
Să se calculeze valorile înălțimilor lichidelor în cele două vase.

R: $h_1 = 0{,}355m$, $h_2 = 0{,}442\ m$

26. Un pistol cu aer comprimat, de calibrul D = 7 mm, este suspendat în apă până la o adâncime la care, apăsând pe trăgaci, acesta nu se mai descarcă. Masa glonțului este m = 7 g, iar viteza de lansare, dacă tragerea ar avea loc în aer, este v = 27 m/s.
Să se determine valoarea adâncimii la care este scufundat pistolul.

R: $h = 31\ m$

27. O dală de beton armat cu volumul V = 2,4 m^3 și densitatea $\rho_b = 2200\ kg / m^3$ este scoasă de pe fundul unui bazin cu apă, cu ajutorul unui cablu, cu accelerația a = 0,5 m/s^2. Să se calculeze valoarea tensiunii dezvoltate în cablu.

R: $T = 31\ kN$

28. O grindă de lemn cu dimensiunile 2000 x 300 x 150 este ținută într-un bazin cu apă la adâncimea h = 2 m. La un moment dat, grinda este lăsată liberă. Să se calculeze:
a) Forța necesară pentru menținerea grinzii la adâncimea dată;
b) Intervalul de timp în care grinda se ridică la suprafață;
c) Înălțimea porțiunii scufundate la plutirea grinzii pe una din suprafețele cele mai de jos;
d) Forța care acționează asupra grinzii astfel încât înălțimea porțiunii scufundate sa fie de 14 cm.

R: *a)* $F = 270\ N$; *b)* $t = 1\ s$; *c)* $h = 10{,}5\ cm$; *d)* $F' = 210N$

29. Un cric hidraulic are raportul suprafețelor pistoanelor k = 1/100. Se ridică o masă m = 50 t în timpul t = 1,5 min, iar pentru aceasta pistonul efectuează n = 100 curse. O cursă are valoarea h = 20 cm, iar puterea motorului este P = 100 kW. Să se calculeze randamentul motorului.

R: $\eta = 80\%$

30. Un naufragiat cu masa m = 60 kg este ținut cu capul și umerii deasupra apei, n = 1/8 din suprafața corpului, cu ajutorul unei centuri de plută. Densitatea corpului omului este $\rho_1 = 1070\, kg/m^3$, iar cea a plutei este $\rho_2 = 200\, kg/m^3$. Calculați care este masa centurii.

R: *m = 2,73 kg*

31. De o plută cu volumul V = 50 m^3 este agățată o greutate, iar la suprafață rămâne doar jumătate din volumul plutei. Să se calculeze:
a) Valoarea masei greutății;
b) Valoarea tensiunii din fir.

R: *a) m = 17,2 kg; b) T = 147 N*

32. Un corp cade vertical în apă cu viteza v = 1 m/s și se scufundă în apă de distanța D = 1,2 m în timpul t = 0,5 s. Să se calculeze valoarea densității corpului.

R: $\rho = 2500\, kg/m^3$

33. O cisternă cu benzină are recipientul un paralelipiped dreptunghic cu lățimea l = 2 m și înălțimea h = 0,5m. Cisterna circulă cu viteza v = 36 km/h și se oprește brusc după intervalul de timp t = 10 s.
Să se calculeze valoarea raportului presiunilor pe pereții anterior și posterior ai recipientului.

R: *k = 1,5*

34. Un punct material se deplasează de-a lungul unei curbe ale cărei ecuaţii parametrice sunt: $x = 3e^{-2t}$; $y = 4\sin(3t)$; $z = 5\cos(3t)$, unde t este timpul. Calculaţi:
a) Vectorul viteză momentană;
b) Modulul vitezei momentane la t = 0.

R: a) $\vec{v} = -6e^{-2t}\vec{i} = 12\cos(3t)\vec{j} - 15\sin(3t)\vec{k}$; b) $v_0 = 6\sqrt{5}\ m/s$

35. Cunoscând vectorul viteză momentană al unui punct material, $\vec{v} = -6e^{-2t}\vec{i} + 12\cos(3t)\vec{j} - 15\sin(3t)\vec{k}$, să se determine vectorul acceleraţie momentană şi modulul ei la $t = 0$.

R : $\vec{a} = 12e^{-2t}\vec{i} - 36\sin(3t)\vec{j} - 45\cos(3t)\vec{k}$; $a_0 = 3\sqrt{241}\ m/s^2$

36. Un corp cu masa $m = 2$ kg se deplasează sub acţiunea unei forţe de-a lungul unei curbe având vectorul de poziţie $\vec{r} = (12t^2 + 1)\vec{i} + (3t^4 - t^2 + 8)\vec{j} - 12t^2\vec{k}$. Calculaţi viteza momentană, acceleraţia momentană, impulsul mecanic şi forţa ca funcţii de timp.

R: $\vec{v} = (24t + 2)\vec{i} + (12t^3 - 2t)\vec{j} - 24t\vec{k}$;

$\vec{a} = 24\vec{i} + (36t^2 - 2)\vec{j} - 24\vec{k}$;

$\vec{p} = m\vec{v} = (48t + 4)\vec{i} + (24t^3 - 4t)\vec{j} - 28t\vec{k}$;

$\vec{F} = m\vec{a} = 48\vec{i} + (72t^2 - 4)\vec{j} - 48\vec{k}$.

37. Un corp cu masa $m = 2$ kg se deplasează sub acţiunea unei forţe dependente de timp, de forma: $\vec{F} = 24t^2\vec{i} + (36t - 16)\vec{j} + 12t\vec{k}$. Presupunând că la $t = 0$ punctul material se află în $\vec{r}_0 = 3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ şi are viteza iniţială $\vec{v}_0 = 6\vec{i} + 15\vec{j} - 8\vec{k}$, să se determine vectorul viteză şi vectorul de poziţie ca funcţii de timp.

R: $\vec{v} = (6 + 4t^3)\vec{i} + (15 + 9t^2 - 8t)\vec{j} + (-8 + 3t^2)\vec{k}$;

$\vec{r} = (3 + 6t + t^4)\vec{i} + (-1 + 15t - 4t^2 + 3t^3)\vec{j} + (4 - 8t + 4t^3)\vec{k}$

38. O particulă se deplasează cu acceleraţia $\vec{a} = 2e^{-t}\vec{i} + 5\cos(t)\vec{j} - 3\sin(t)\vec{k}$. Dacă la $t = 0$ particula se află în punctul (1; -3; 2) şi are viteza $\vec{v}_0 = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, să se determine vectorul viteză şi vectorul de poziţie la un moment oarecare de timp.

R: $\vec{v} = (6 - 2e^{-t})\vec{i} + (5\sin(t) - 3)\vec{j} + (3\sin(t) - t + 2)\vec{k}$;

$\vec{r} = (-1 + 6t - 2e^{-t})\vec{i} + (5\cos(t) - 2 - 3t)\vec{j} + (3\sin(t) - t + 2)\vec{k}$

39. Un corp punctiform este aruncat de la sol vertical în sus cu viteza v_0 = 20 m/s. La ce înălţime energia sa cinetică este egală cu energia potenţială gravitaţională. Până la ce înălţime urcă acest corp, care este viteza cu care revine la sol şi care este timpul de coborâre. Se va lua g = 10 m/s^2.

R: h = 10 m; H_{max} = 20 m; v =20 m/s; t_c = 8 s.

40. Ce lucru mecanic trebuie efectuat de către forţa de tracţiune pentru a mări viteza unei maşini de la v_1 = 4 m/s la v_2 = 20 m/s? Forţa de frecare reprezintă o fracţiune $f = \frac{1}{100}$ din greutatea maşinii, spatiul parcurs este de 100 m, iar masa maşinii este de 1000 kg. Se va lua g = 10 m/s^2.

R: $L = 2{,}02 \cdot 10^5$ J

41. Un corp cu greutatea de 1 KN urcă pe un plan înclinat de unghi $\alpha = 30^\circ$, parcurgând distanţa de 8 Km. Viteza lui finală este de 3 ori mai mare decât cea iniţială. Fiind cunoscut coeficientul de frecare $\mu = 0.1$ şi energia cinetică iniţială E_{c1} = 8 M J, să se calculeze forţa de tracţiune.

R: F_t = 1586,5 N.

42. Un şofer începe să frâneze automobilul pe un drum orizontal de la distanța d = 30 m față de un obstacol. Forţa de frânare este F_f = 1260 N, iar masa automobilului este m = 700 kg. Care este viteza maximă admisibilă a automobilului pentru ca acesta să se poată opri înainte de obstacol?

R: v_{max} = 10,39 m/s

43. Un corp are viteza variabilă în timp conform relaţiei $v = 6 - 3t$ (m/s). Să se determine timpul după care corpul se va opri.

R: t = 1 s

44. O bilă cu masa de 10g se mişcă conform ecuaţiei $x = 1.5t^2 - 0.06t$ (m). Să se calculeze forţa care acţionează asupra bilei.

R: $F = 3 \cdot 10^{-2}$ N

45. O particulă se deplasează de-a lungul axei Ox, astfel încât poziţia ei în fiecare moment de timp este dată de legea $x = 1 + 5t^2$ (m). Să se calculeze viteza momentană şi valoarea ei la t = 2 s.

R: $v(t)$= 10 t (m/s) ; v(2) = 20 m/s

46. Un tren se deplasează uniform accelerat. La un moment dat el are viteza de 9 m/s, iar după parcurgerea a încă 480 m el atinge viteza de 15 m/s. Calculaţi acceleraţia trenului.

R: a = 0,15 m/s^2

47. Un punct material efectuează o mişcare rectilinie având ecuaţia mişcării $x = 4 + 30t + t^2$ (m). Să se determine viteza iniţială (la t = 0) şi acceleraţia punctului material.

R: v_0 = 30 (m/s); $a(t)$ = 2 m/s^2

48. Asupra unui corp acţionează o forţă ce variază după legea $F(x) = 50 - 0.5x$ (N), unde x este exprimat în metri. Să se calculeze lucrul mecanic efectuat de forţă pentru a deplasa corpul din x_1= 0 pînă în x_2= 20 m.

R: L = 3 J

49. Un corp cu masa m = 75 kg este ridicat uniform de la suprafaţa Pământului până la înălţimea h= 630 Km. Forţa cu care Pământul acţionează asupra corpului este invers proporţională cu pătratul distanţei r dintre corp şi centrul Pământului. Această forţă are valoarea $G_0 = mg_0$ pentru distanţa $r = R$, unde R = 6370 Km este raza Pământului, iar g_0 = 9.8 m/s^2.

Calculaţi lucrul mecanic efectuat pentru ridicarea corpului.

R: L = 4,21·10^8 J

50. Raportul maselor a două corpuri este $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$. Ele au aceeași energie cinetică. Care este raportul vitezelor lor, $\frac{v_1}{v_2}$?

R: $\frac{v_1}{v_2} = 2$

51. Un corp cu masa m=4 kg, este așezat la distanța l=1,1 m de capătul liber al unei platforme orizontale fixe, aflată la înălțimea h = 1,2m față de sol.

Corpul primește viteza inițială v_0 = 6m/s, orientată către capătul liber al platformei, iar coeficientul de frecare dintre corp si platformă este $\mu = 0,5$. Determinați:

a) energia cinetică a corpului în momentul inițial;
b) viteza corpului la capătul liber al platformei;
c) energia mecanică totală a corpului în condițiile de la punctul b);
d) viteza corpului în momentul atingerii solului.

R: a) $E_{c0} = 72\,J$, b) $v = 5\,m/s$, c) $E = 98\,J$, d) $v' = 7\,m/s$

52. Puterea dezvoltată de motorul unui mobil cu masa m = 1 t este P= 60 kW. Când viteza automobilului este v_1 = 36 km/h, rezultanta forțelor care se opun mișcării are valoarea R_1 = 1 kN. Când viteza are valoarea v_2 = 54 km/h, accelerația automobilului este a_2 = 2 m/s^2, iar când viteza atinge valoarea maxima v_3, rezultanta forțelor care se opun mișcării devine R_3=3kN. Determinați:

a) energia cinetică a automobilului, când acesta se deplasează cu viteza v = 36 km/h;

b) accelerația a_1 a automobilului când acesta are viteza v_1;

c) rezultanta R_2 a forțelor care se opun mișcării atunci când viteza este v2;

d) valoarea maximă cu care se deplasează automobilul.

R: a) $E_{c1} = 50\,kJ$, b) $a_1 = 5\,m/s^2$, c) $R_2 = 2000\,N$, d) $v_{\max} = 72\,km/h$

53. Un corp cu masa m=500 kg este ridicat uniform pe o rampă înclinată de lungime l = 10 m ce formează unghiul cu orizontală. Coeficientul de frecare dintre corp și rampă este $\mu = 0,3$. Calculați:

a) energia potențială a sistemului rampă-corp, când corpul se află în punctul superior al rampei;

b) lucrul mecanic efectuat de forța de frecare la ridicarea corpului;

c) randamentul rampei;

d) puterea necesară ridicării corpului pe rampa într-un interval de timp t=40 s.

R: a) $E_p = 25\,kJ$, b) $L = -12975\,J$, c) $\eta = 65,8\%$, d) $P = 950\,W$

54. Un corp cu masa m=2 kg este lansat vertical în sus, de la 30 cm de sol, în câmp gravitațional terestru. Nivelul solului este considerat nivel de

referință pentru determinarea energiei potențiale și de asemenea frecările cu aerul se consideră neglijabile. În aceste condiții determinați:

a) energia potențială gravitațională a sistemului corp-Pământ, atunci când corpul se află la înălțimea h=30 cm;

b) viteza cu care a fost lansat corpul dacă acesta urcă până la $h_{\max} = 12,3\ m$ față de sol;

c) lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului din momentul lansării până la atingerea solului;

d) înălțimea la care energia cinetică a corpului este egală cu energia sa potențială.

R: a) $E_p = 6J$, b) v_0 = 15,5 m/s, c) L_G = 6 J, d) h = 6,15 m

55. Un proiectil cu masa m = 100 g, străpunge vertical o grindă de lemn a cărei secțiune transversală este un pătrat cu latura l = 20 cm. Proiectilul intră în grindă cu viteza inițială v_0 = 500 m/s și iese cu viteza v = 400 m/s. Determinați:

a) energia cinetică inițială a proiectilului;

b) lucrul mecanic efectuat de forța de greutate a proiectilului pe durata străpungerii grindei;

c) accelerația proiectilului pe durata deplasării prin grindă, presupunând că forțele de rezistență sunt constant;

d) lucrul mecanic efectuat de forța de rezistență întâmpinată de proiectil.

R: *a)* E_{c0} *= 12,5 kJ, b)* L_G *= -0,2 J, c)* $a = 2,25 \cdot 10^5\ m/s^2$ *, d)* L_{rez} *= -4499,8 J*

56. Două corpuri cu masele m_1 = 2 kg și m_2 = 1 kg sunt aruncate vertical în sus din același loc cu vitezele inițiale v_1 = 65 m/s, respectiv v_2 = 100 m/s la momentul inițial t_1 = 0 s, respectiv $t_2 = \Delta t$. Corpurile se ciocnesc plastic în aer.

Să se determine:

a) viteza corpului format prin ciocnire, dacă $\Delta t = 7s$;

b) variația de temperatură a celor două corpuri în urma ciocnirii, dacă $\Delta t = 7s$, înaintea ciocnirii corpurile au aceeași temperatură și căldura specifică este $c = 1,5kJ/kg \cdot K$.

R: a) $v' = 10\ m/s$; b) $\Delta T = 0,81\ K$

57. Un vagon cu masa m_1 = 20 t se deplasează pe o cale ferată orizontală cu viteza inițială $v_0 = 10m/s$. După un timp $\Delta t = 5s$, el se ciocnește și se cuplează cu un al doilea vagon cu masa m_2 = 10 t aflat în repaus. În timpul

mișcării, atât înainte cât și după ciocnire, asupra fiecărui vagon acționează o forță de rezistență egală cu a 100-a parte din greutatea respectivului vagon ($g = 10\ m/s^2$). Să se afle:

a) viteza primului vagon înainte de ciocnire;
b) viteza vagoanelor cuplate imediat după ciocnire;
c) căldura degajată prin ciocnire;
d) timpul și distanța până la oprirea vagoanelor cuplate.

R*: a) $v_1 = 9,5\ m/s$;*
b) $v' = 6,33\ m/s$:
c) $Q = 300\ kJ$:
d) $t_{op} = 63,3\ s$, $s_{op} = 100\ m$

58. Din vârful unui plan înclinat cu lungimea $l = 15$ m și unghiul $\alpha = 30^o$ față de orizontală, este lansat în jos de a lungul planului, un corp cu masa $m_1 = 2$ kg și cu viteza inițială $v_{01} = 5$ m/s. După un anumit interval de timp Δt este lansat de la baza planului în sus, de-a lungul acestuia, un al doilea corp cu masa $m_2 = 4$ kg, cu viteza inițială $v_{02} = 20$ m/s. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corpuri și planul înclinat este același $\mu = \frac{1}{2\sqrt{3}} = 0,28$, se consideră $g = 10\ m/s^2$.

Să se determine:

a) căldura degajată în urma ciocnirii plastice dintre cele două corpuri;
b) înălțimea maximă, măsurată de la vârful planului înclinat, atinsă de corpuri după ciocnire.

R: *a) $Q = 366,6\ J$; b) $h_{max} = 0,21\ m$*

59. Un glonț cu masa $m = 20$ g lovește de jos în sus cu viteza inițială $v = 400$ m/s un corp aflat în repaus cu masa $M = 2$ kg și rămâne înfipt în el.

Să se determine:

a) timpul de urcare până la înălțimea maximă a sistemului corp-glonț;
b) căldura degajată prin ciocnire, se consideră $g = 10\ m/s^2$.

R: *a) $t = 0,4\ s$; b) $Q = 1584,15\ J$*

60. Un patinator efectuează o piruetă în jurul unei axe verticale, el fiind la început în picioare și cu brațele întinse în lateral (perpendiculare pe axa de rotație). În această poziție patinatorul efectuează o rotație completă în 0,5 secunde. Aflați în cât timp efectuează patinatorul o rotație completă după ce își ridică brațele deasupra capului (paralel cu axa de rotație).

Momentul de inerție al patinatorului este de 3,0 kg· m^2 cu brațele întinse în lateral și de 2,2 kg·m^2 cu brațele ridicate deasupra capului. Presupunem că frecarea dintre patine și gheață este neglijabilă.

R: T_f= 0,36 s.

61. O particulă cu masa m, aflată în repaus în punctul A de coordonate (x_A=d, y_A=0, z_A=0), este lăsată să cadă pe verticală, în câmpul gravitațional terestru, presupus uniform. Alegem axa Ox orizontală, cu sensul pozitiv către dreapta, iar axa Oy o alegem verticală, cu sensul pozitiv în jos. Neglijăm frecarea particulei cu aerul.

a) Determinați expresia momentului forței care acționează asupra particulei, în raport cu originea O, la orice moment t;

b) Determinați expresia momentului cinetic al particulei, în raport cu originea O, la orice moment t;

c) Arătați că în timpul mișcării particulei este verificată teorema variației momentului cinetic.

R: $\vec{M} = mgd\vec{k}$; $\vec{L} = mgdt\vec{k}$; $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$.

CAPITOLUL II

OSCILAȚII ȘI UNDE ELASTICE

2.1. Noțiuni de teorie

o Oscilații

- ***Oscilatorul armonic elastic***: un punct material ce oscilează în jurul poziției de echilibru sub acțiunea unei forțe $F = -k \cdot x$ (*k* - constanta elastică, *x* - distanța față de poziția de echilibru).
    - *Ecuația de mișcare* are soluția: $x(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$, unde $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$
    - *Perioada de oscilație* este $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
    - *Energia cinetică* este $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mA^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)$
    - *Energia potențială* este $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$
    - *Energia mecanică* are expresia $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}kA^2$.

- ***Pendulul matematic***: Un fir inextensibil de lungime *l*, la capătul căruia se află un corp punctiform de masă *m*. *Perioada de oscilație* este $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (*g* = accelerația gravitațională).

- ***Oscilatorul amortizat***
    - *Ecuația de mișcare* este: $x(t) = Ae^{-\beta t}(\omega_0 t + \varphi)$, unde β este coeficientul de amortizare.
    - *Perioada de oscilație* este: $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \beta^2}}$.

- *Decrementul logaritmic* este definit ca $\Delta = \ln \dfrac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T$.

- ***Compunerea oscilațiilor***

- *Compunerea oscilațiilor armonice paralele de aceeași pulsație*

$$\left.\begin{aligned} y_1(t) &= A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \\ y_2(t) &= A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) \end{aligned}\right\} \Rightarrow y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

Amplitudinea oscilației compuse:

$$\left.\begin{aligned} A &= \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \\ tg\varphi &= \frac{y}{x} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2} \end{aligned}\right\} y(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$$

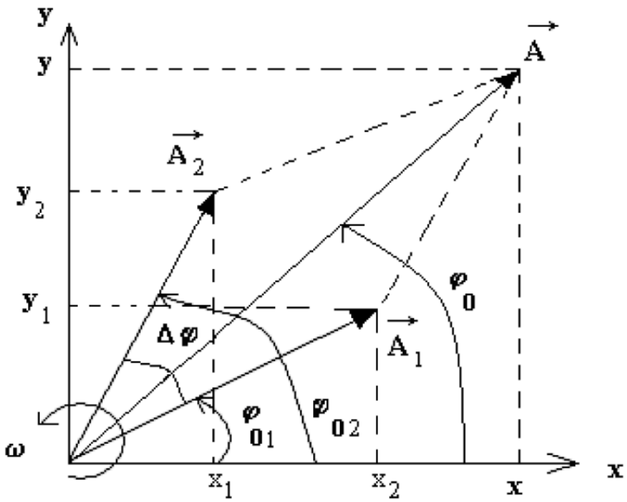


Fig. 2.1. Diagrama fazorială a compunerii a două oscilații armonice paralele de aceeași pulsație.

- *Compunerea oscilațiilor paralele de frecvențe diferite*

$$\left.\begin{aligned} y_1(t) &= A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \\ y_2(t) &= A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \end{aligned}\right\} \Rightarrow y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$\omega_1 = \omega + \Delta\omega$$
$$\omega_2 = \omega - \Delta\omega$$

Amplitudinea oscilației compuse:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left[\left(\Delta\omega t + \varphi_1\right) + \left(\Delta\omega t - \varphi_2\right)\right]}$$

$$tg\varphi = \frac{A_1\sin\left(\Delta\omega t + \varphi_1\right) - A_2\sin\left(\Delta\omega t - \varphi_2\right)}{A_1\cos\left(\Delta\omega t + \varphi_1\right) + A_2\cos\left(\Delta\omega t - \varphi_2\right)}$$

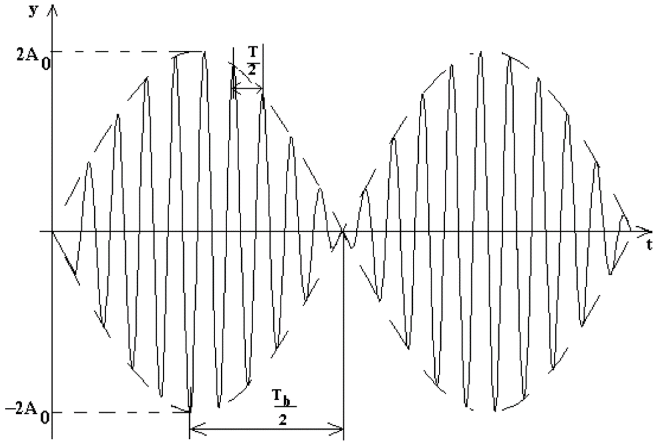


Fig. 2.2. Compunerea oscilațiilor armonice paralele de frecvență diferită. Fenomenul de bătăi.

- *Compunerea oscilațiilor perpendiculare*

$$x(t) = A_1\sin\left(\omega t + \varphi_1\right)$$
$$y(t) = A_2\sin\left(\omega t + \varphi_2\right)$$

Se determină ecuația traiectoriei punctului material:

$\left(\frac{x}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_2}\right)^2 - 2\frac{x}{A_1}\cdot\frac{y}{A_2}\cos\left(\varphi_2 - \varphi_1\right) = \sin^2\left(\varphi_2 - \varphi_1\right)$, ecuația generalizată a unei elipse.

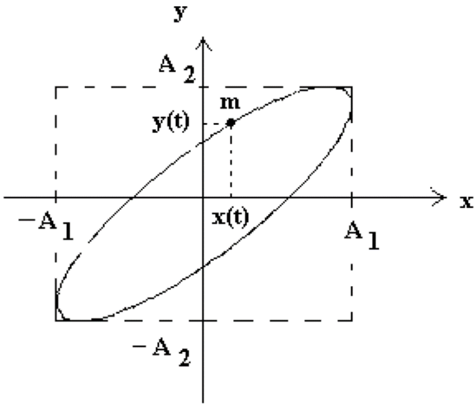


Fig. 2.3. Elipsa rotită față de axele de coordonate.

○ Unde elastice

○ ***Funcţia de undă a undei elastice plane este*:**

$$y(t,x) = A\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)\right] = A\sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{uT}\right) = A\sin(\omega t - kx),$$

unde $\lambda = uT$ este lungimea de undă, iar $k = 2\pi/\lambda$ este vectorul de undă.

a) Interferența undelor.

Într-un punct din mediul de propagare sosesc două (sau mai multe) unde de aceeași pulsație și care au o diferență de fază constantă, $\Delta\varphi = k(x_2 - x_1)$, unde x_1 și x_2 sunt distanţele parcurse de cele două unde până în punctul de întâlnire. Are loc fenomenul de interferență, iar punctul de întâlnire va oscila cu amplitudinea rezultantă $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$.

***b) Viteza de propagare a undelor*:**

- unde transversale în corzi elastice $u = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$, unde F_T este forța de tensiune din coardă, iar m este masa unității de lungime.

- unde longitudinale $u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, E este modulul de elasticitate Young, iar ρ este densitatea.

2.2. Probleme propuse

1. Un mobil cu masa m = 0.2 kg se deplasează sub acţiunea unei forţe proporţionale cu distanţa mobilului faţă de un centru fix şi îndreptată către acest centru.

La distanţa x_1 = 3 cm faţă de poziţia sa de echilibru, viteza mobilului este v_1 = 0.8 m/s, iar forţa care acţionează asupra sa este F_1 = 2.4 N. Să se scrie ecuaţia de mişcare a mobilului, dacă la t = 0 acesta se află în poziţia sa de echilibru (x = 0).

R: $x(t)$ = 5 sin (20 t) (cm).

2. Un resort elastic orizontal este fixat la un capăt, iar la celălalt capăt este fixat un corp cu masa m = 0.2 kg. Constanta elastică a resortului este $k = 640\pi^2$ N/m. Spre corpul de masă m este proiectat un al doilea corp de aceeaşi masă, cu viteza iniţială v_0. După ciocnirea lor plastică, cele două corpuri oscilează cu amplitudinea A= 4 cm.

Să se calculeze:

a) pulsaţia mişcării oscilatorii;

b) ecuaţia oscilaţiei celor două corpuri;

c) viteza iniţială v_0 a celui de-al doilea corp;

d) energia cinetică a miscării de oscilaţie la o elongaţie x_1 = 2 cm;

e) elongaţia pentru care energia cinetică este egală cu energia potenţială a mişcării de oscilaţie.

R: ω_0= 40π rad/s; v_0 = 1.6 π m/s; E_c = 3.84 J; $x_2 = 2\sqrt{2}$ cm.

3. De un resort elastic a cărui constantă elastică este $k = 10^3$ N/m este legat un corp de masă m = 0.1 kg. Se produc oscilaţii armonice ale corpului astfel încât la distanţa x_1 = 3 cm de poziţia de echilibru impulsul mecanic este $p_1 = 0.3\sqrt{3}$ kg m/s.

a) Scrieţi ecuaţia de oscilaţie, dacă faza iniţială $\varphi_0 = 0$;

b) Calculaţi valoarea maximă a impulsului corpului;

c) Calculaţi energia cinetică și energia potenţială când elongaţia mişcării este x_2 = 2 cm.

R: $x(t)$= 0.06 sin(100 t) (m); p_{max} = 0.6 kg m/s; E_p= 0.2 J; Ec = 1.6 J

4. Un punct material este supus simultan la două oscilaţii paralele ale căror ecuaţii sunt: $x_1 = 4\sin(20t)$ (cm) şi $x_2 = -4\sqrt{3}\cos(20t)$ (cm).

a) Calculaţi amplitudinea şi faza iniţială ale mişcării rezultante $x=x_1+x_2$;

b) Cunoscănd masa punctului material, m = 2 g, calculaţi impulsul maxim în decursul oscilaţiei;

c) Care este forţa maximă ce acţionează asupra punctului material şi care este momentul cînd ea este atinsă ?

R: *A = 8 (cm); φ_0 = - π/3 rad; v_{max} = 1.6 m/s; F_{max} = 0.064 N, atinsă la $t = \pi/24$ s.*

5. Să se determine perioada unui oscilator armonic liniar dacă în momentul cînd energia cinetică este egală cu energia potenţială viteza oscilatorului este de 2 m/s iar elongaţia este de 0.1 m.

R: T = 0.314 s

6. Un oscilator armonic cu masa de 1 g oscilează cu pulsaţia de 20 rad/s. Energia mecanică fiind de 5 J, să se determine amplitudinea oscilaţiei şi forţa elastică maximă.

R: A = 5 m, F_{max} = 2 N.

7. Un oscilator armonic liniar are amplitudinea de 0.5 m. În momentul în care elongaţia este x_1 = 0.4 m, viteza este v_1 = 2 m/s. Calculaţi perioada de oscilaţie.

R: T = 0.3 π s

8. Să se detemine amplitudinea şi pulsaţia unui oscilator armonic liniar dacă la elongaţia x_1 = 0.3 m îi corespunde viteza v_1 = 8 m/s, iar la elongaţia x_2 = 0.4 m îi corespunde viteza v_2 = 6 m/s.

R: A= 0.5 m, ω_0 = 20 rad/s.

9. Să se scrie ecuaţia de mişcare a unui oscilator armonic liniar care la t = 0 este în poziţia sa de echilibru, x = 0, şi a cărui perioadă este T = 0.2 s. În momentul în care energia sa cinetică este egală cu energia potenţială viteza oscilatorului este $v = \pi\sqrt{2}$ m/s.

R: $x(t) = 0.2 \sin(10\pi\, t)$ (m).

10. Un oscilator armonic cu masa de 100 g oscilează cu pulsaţia de 10 rad/s. Cunoscînd că energia mecanică este de 20 J, să se determine amplitudinea oscilaţiei şi viteza maximă.

R: A = 2 m, v_{max} = 20 m/s.

11. Într-un tub în formă de U se află o coloană de lichid având lungimea totală L. Neglijând frecările şi cunoscând acceleraţia gravitaţională g, să se determine perioada micilor oscilaţii ale lichidului din tub.

R: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{2g}}$

12. O particulă efectuează o oscilație armonică liniară de-a lungul axei Ox cu pulsația de 8 rad/s. În momentul începerii oscilației (t = 0), x_0 = 25 cm, iar v_0 = 2 m/s.

a) Să se determine $x(t)$;

b) Să se calculeze viteza și elongația când $t_1 = \pi$ s.

R: $x(t) = 0,25\sqrt{2}\sin\left(8t + \dfrac{\pi}{4}\right)(m)$, v_1 = 2 m/s, x_1 = 0.25 m.

13. Un resort elastic se alungește cu Δx = 1/10 m sub acţiunea unei forţe de 20 N. De resort se leagă un corp cu masa m = 2 kg. Sistemul oscilant se scufundă într-un fluid vâscos, astfel încât perioada sa de oscilație amortizată este $T = \dfrac{2\pi}{6}$ s. Să se determine coeficientul de amortizare al fluidului, β.

R: β= 8 rad/s.

14. Un corp de masă m = 150 g suspendat la capătul unui resort cu constanta elastică k = 50 N/m efectuează oscilaţii verticale amortizate. Ştiind că după n = 15 oscilaţii amplitudinea acestora scade de e = 2.718 ori, e fiind baza logaritmului natural (ln$e$ =1), să se determine decrementul logaritmic al amortizării, perioada oscilaţiilor amortizate şi coeficientul de amortizare.

R: $\Delta = \dfrac{1}{15}$, T = 0.344 s, β= 0.174 rad/s.

15. Amplitudinea oscilațiilor curentului electric amortizat într-un circuit RLC se înjumătățește după 1 minut. De cîte ori scade curentul după 3 minute?

R: După 3 minute amplitudinea oscilațiilor se reduce de 8 ori.

16. Un corp de masă m = 300 g, legat de un resort elastic de constantă k, execută oscilații armonice, aflându-se la momentul inițial, în poziția de echilibru. Dacă la distanța y_1 = 10 cm de poziția de echilibru viteza sa este v_1=5 cm/s, iar la distanța y_2 = 20 cm viteza sa este v_2 = 3 cm/s, să se determine:

a) Ecuația de mișcare a oscilatorului și constanta sa elastică;

b) La ce distanță față de poziția de echilibru, accelerația oscilatorului are valoarea a = 2 cm/s.

R: a) $A = 0.238 \cdot \sin 0.23t\,[m]$, k = 0,016 N/m, b) y = 37,7 cm

17. Un corp cu masa m = 2,5 kg este suspendat de un resort vertical cu constanta elastică k = 10 N/m. În momentul inițial corpul se află la distanța y_0 = 5 cm față de poziția de echilibru și are viteza v_0 = 10 m/s.

Calculați:

a) Perioada, frecvența și pulsația mișcării oscilatorii;

b) Faza inițială;

c) Amplitudinea mișcării.

R: a) T = 3,14 s; υ = 0,32 Hz; ω = 2 rad/s; b) $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$; c) A = 16,5 cm

18. Un corp cu masa m = 2 kg, legat de un resort elastic, efectuează o mișcare oscilatorie armonică cu amplitudinea A = 25 cm. Dacă se cunoaște energia totală a oscilatorului E = 4 J, să se determine:

a) Pulsația mișcării oscilatorii;

b) Elongația și viteza corpului în momentul în care energia sa cinetică este egală cu energia sa potențială.

R: a) $\omega = 8\,rad/s$; b) $y = \pm 0{,}17\,m$; $v = \pm\sqrt{2} = 1{,}41\,m/s$

19. Un corp legat de un resort elastic orizontal, oscilează fără frecare pe o suprafață orizontală conform ecuației: $y = 0{,}4\left(\sqrt{3}\cos 2t + \sin 2t\right)[m]$. Să se determine:

a) Pulsația, perioada și frecvența oscilației;

b) Momentele în care elongația este egală, în modul, cu o fracțiune f=½ din amplitudinea oscilației, precum și faza inițială a oscilației.

R: a) $\omega = 2\,rad/s; T = 3{,}14\,s; \upsilon = 0{,}32\,Hz$; b) $t = \dfrac{1}{2}\left[\pm\dfrac{\pi}{6} - \dfrac{\pi}{3} + k\pi\right]$; $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{3}$

20. Un punct material oscilează armonic după o lege sinusoidală. La diferite momente de timp elongațiile au valorile y_1 = 30 mm și y_2 = 20 mm, iar valorile vitezelor corespunzătoare acestor elongații sunt v_1 = 4 cm/s, respectiv v_2 = 8 cm/s. Să se calculeze:

a) Perioada oscilațiilor;
b) Amplitudinea oscilațiilor;
c) Accelerația maximă a unei oscilații.

R: a) T = 2,02 s; b) A = 3,2 cm; c) a = 30,75 cm/s^2

21. Un manșon cu masa m = 300 g poate culisa fără frecare pe o tijă orizontală, fiind prins cu două resorturi identice cu constanta elastică k=150N/m de pereții unui vas.

Să se determine perioada micilor oscilații ale manșonului, dacă vasul este rotit cu viteza unghiulară ω = 10 rad/s.

R*: T = 0,2 s*

22. Un pendul fizic este rotit cu 180^0 fată de poziția sa verticală de echilibru și apoi este lăsat liber. Știind că el trece prin poziția verticală de echilibru cu viteza unghiulară ω=4 rad/s, să se afle perioada micilor oscilații ale pendulului.

R: *T = 3,14 s*

23. Un pendul simplu gravitațional are lungimea l = 90 cm. Știind că timpul de relaxare a oscilațiilor amortizate este τ = 0,1 s, să se calculeze decrementul logaritmic.

R: $\Delta \simeq 20$

24. De capetele unui resort cu constanta elastică k = 60 N/m sunt prinse două bile cu masele m_1 = 100 g, respectiv m_2 = 200 g. Neglijând forțele gravitaționale, să se determine pulsația oscilațiilor resortului, inițial comprimat, iar apoi lăsat liber.

R: ω = 30 rad/s

25. Legea de mișcarea unui oscilator armonic liniar este $y = 4\sin\left(5t + \frac{\pi}{3}\right) cm$. Stabiliți expresia legii vitezei și a accelerației oscilatorului.

R: $v = 0,2\cos\left(5t + \frac{\pi}{3}\right) \quad m/s$, $a = -100\sin\left(5t + \frac{\pi}{3}\right) \quad cm/s^2$

26. Un corp cu masa m = 50g efectuează o mișcare oscilatorie conform legii de mișcare $y = 4 \cdot 10^{-2} \sin\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)\ m$.

Să se determine:

a) viteza maximă pe care o poate avea corpul în timpul oscilației;

b) energia cinetică maximă a corpului.

R: a) $v_{\max} = 0,4\ m/s$, b) $E_c = 40\ mJ$

27. Un punct material este supus simultan la două mișcări oscilatorii armonice paralele descrise de ecuațiile: $y_1 = 5\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$, respectiv $y_2 = 2\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$. Determinați ecuația mișcării oscilatorii rezultante.

R: $y = 7\sin 100\pi t$

28. Un punct material este supus simultan la două mișcări oscilatorii armonice paralele descrise de ecuațiile: $y_1 = 3\sin\left(20\pi t + \pi\right)$, respectiv $y_2 = 4\sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$. Să se scrie ecuația de mișcare a oscilației rezultante.

R: $y = 5\sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

29. Un corp de mici dimensiuni este supus simultan la două mișcări oscilatorii paralele descrise de ecuațiile: $y_1 = 6\sin\left(40\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$, respectiv $y_2 = 4\sin\left(40\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$. Să se determine:

a) amplitudinea oscilației rezultante;

b) ecuația de mișcare a oscilației rezultante;

c) faza inițială a oscilației rezultante.

R: a) $A = 2\sqrt{13}\ cm$, b) $y = 2\sqrt{13}\sin 40t$, c) $\varphi_0 = \frac{\pi}{4} = 45^0$

30. Prin compunerea a două oscilații paralele cu amplitudinile $A_1 = 1$ cm, respectiv $A_2 = 2$ cm, se obține o oscilație armonică cu amplitudinea $A = \sqrt{3}$ cm. Să se calculeze defazajul dintre cele două mișcări oscilatorii care se compun.

R: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3} = 120^0$

31. Ecuația oscilației unui punct material de masă m = 5 g este $x = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-2}\left(\sin \omega t - \frac{1}{\sqrt{3}}\cos \omega t\right) m$, unde $\omega = 10\, rad/s$. Să se calculeze:

a) faza inițială și amplitudinea oscilației punctului material;

b) viteza maximă a punctului material în decursul oscilației și momentul de timp la care se realizează, considerat de la momentul inițial la care a început mișcarea;

c) forța maximă care acționează asupra punctului material.

R: $a)\ \varphi_0 = -\frac{\pi}{6},\quad A = 0{,}1\, m$

$b) v_{max} = 1\, m/s;\quad c) F_{max} = 50\, mN$

32. Un oscilator liniar de masă m = 0,5 g este scos din poziția de echilibru, fiind tras de o forță F proporțională cu deplasarea, până la distanța x_1 = 20 mm. Știind că în această situație forța elastică are valoarea F = -1,936 N, se cere:

a) pulsația oscilațiilor;

b) ecuația mișcării oscilatorului, presupunând că nu există frecări și considerând ca origine a coordonatei poziția lui de echilibru, iar ca origine a timpului momentul în care este lăsat liber;

c) energia totală a oscilatorului în timpul oscilației.

R: $a) \omega = 440\, rad/s$

$b) x = 20 \cdot 10^{-3} \cos 440t;\quad c) E = 19{,}4 J$

33. Un pendul matematic cu masa m = 100 g și lungimea l = 100 cm începe să oscileze fără frecare din poziția de echilibru, în care energia potențială este E_p = 135 mJ. Să se determine:

a) amplitudinea oscilației măsurată pe orizontală;

b) pulsația mișcării oscilatorii:

c) ecuația mișcării oscilatorii.

R: $a) A = 50\ cm; \quad b) \omega = 3{,}13\ rad/s;$
$c) x = A \sin \omega t$

34. De un resort vertical este suspendat un corp cu masa m = 1kg. Se cunoaște constanta elastică a resortului k = 100 N/m, se cere:

a) perioada de oscilație a corpului;

b) viteza maximă și accelerația maximă, pentru o amplitudine A = 50 mm;

c) valoarea elongației oscilatorului pentru energia cinetică egală cu energia potențială, pentru A = 50 mm.

R: $a) T = 0{,}628\ s;$
$b) v_{\max} = 0{,}5\ m/s; a_{\max} = 5\ m/s^2$
$c) x = 35{,}4\ mm$

35. Un punct material efectuează o mișcare armonică a cărei ecuație este $x = A \sin \omega t$. Se cunoaște frecvența mișcării $\upsilon = 10\ Hz$, să se determine:

a) timpul necesar pentru ca punctul material să ajungă de la poziția de echilibru la elongație maximă;

b) timpul necesar pentru ca punctul sa ajungă la jumătate din elongația maximă.

R: $a) t = 25\ ms; \quad b) t = 8{,}3\ ms;$
$c) \Delta t = 6{,}2 ms$

36. De tavanul unui ascensor este suspendat un pendul cu lungimea L = 40cm, pendul se află în mișcare. Ascensorul pornește în sus, din repaus, deplasându-se cu accelerația a = 1,25 m/s^2, timp de 4 s pe distanța AB, după care își continuă mișcarea uniformă pe distanța BC și în final se oprește în punctul D aflat la înălțime h = AD = 120 m, frânând cu a = -1,25 m/s^2. Să se calculeze:

a) timpul necesar parcurgerii distanțelor BC și CD;

b) perioadele pendulului pe cele trei porțiuni;

c) numărul de oscilații complete efectuate de pendul pe toată durata mișcării.

R: $$\begin{aligned} &a) t_{BC} = 20\, s; t_{CD} = 4\, s; \\ &b) T_1 = 1,34\, s, T_2 = 1,26\, s, T_3 = 1,17\, s; \\ &c) N = 22,3 \end{aligned}$$

37. Un corp cu masa m = 200 g, este legat de un resort elastic de constantă k, execută oscilații armonice, aflându-se în momentul inițial în poziția de echilibru. Dacă la distanța y_1 = 10 cm de poziția de echilibru, viteza sa este v_1 = 20 cm/s, iar la distanța y_2 = 20 cm, viteza sa devine v_2 = 8 cm/s, să se determine:

a) ecuația de mișcare a oscilatorului și constanta elastică a resortului;

b) la ce distanță de poziția de echilibru accelerația sa are valoarea a = 60 cm/s^2 ;

c) pentru ce valoare a elongației, energia cinetică devine egală cu energia potențială.

R: $$\begin{aligned} &a) y = 0,214 \sin 1,06t, k = 0,224\, N/m; \\ &b) y = 5,3\, cm; \quad c) y = \pm 15,1\, cm \end{aligned}$$

38. Un corp cu masa m = 0,5 kg, suspendat de un fir inextensibil, de lungime l = 2 m, efectuează o mișcare de rotație într-un plan orizontal, astfel încât firul de suspensie face cu verticala unghiul $\alpha = 45^0$. Să se calculeze:

a) perioada mișcării de rotație;

b) tensiunea din fir;

c) dacă firul se rupe și corpul se deplasează pe o suprafață orizontală cu coeficient de frecare $\mu = 0,05$, care este durata acestei deplasări și distanța parcursă.

R: $a) T = 2,36\ s; \quad b) F = 7,07\ N;$
$c) t = 7,5\ s, \quad d = 14,1\ m$

39. Un corp cu masa m = 2 kg este suspendat de un resort vertical cu constanta elastică k = 50 N/m. În momentul inițial, corpul se află la distanța x_0 = 2 cm de poziția de echilibru și are viteza v_0 = 10 cm/s. Să se determine:

a) perioada, frecvența și pulsația mișcării;

b) faza inițială;

c) amplitudinea mișcării.

R: $a) T = 1,26\ s, \quad \nu = 0,8\ Hz, \quad \omega = 5\ rad/s;$
$b) \varphi_0 = \frac{\pi}{4}; \quad c) A = 2,83\ cm$

40. Un corp cu masa m = 20 g oscilează conform ecuației: $y = 0,5 \sin 2\pi\left(2,5t + \frac{1}{48}\right)\ m$. Să se determine:

a) momentele la care elongația este egală cu jumătate din amplitudine;

b) energia potențială și energia cinetică, în condițiile de la pct a);

c) dacă oscilatorul creează unde care se propagă cu viteza v = 340 m/s, să se găsească defazajul dintre oscilațiile a două puncte situate pe aceeași dreaptă la distanțele x_1 = 2 m și x_2 = 70 m, față de sursă.

$a) t = \frac{n}{5} + \frac{1}{60}\left(-\frac{1}{2} \pm 1\right) s;$
R: $b) E_C = 0,46\ J, \quad E_P = 0,15\ J;$
$c) \Delta\varphi = \pi$

41. Un punct material cu masa m se mișcă într-un plan, având coordonatele date de expresiile $x = a\cos\omega t$ și $y = b + c\sin\omega t$. Să se determine:

a) ecuația traiectoriei;

b) viteza punctului material;

c) accelerația punctului material;

d) forța rezultantă care acționează asupra punctului material.

$$\text{R:}\quad \begin{aligned} &a)l = \frac{x^2}{a^2} + \frac{(y-b)^2}{c^2};\\ &b)v = \omega\sqrt{a^2\sin^2\omega t + c^2\cos^2\omega t};\\ &c)a = \omega^2\sqrt{a^2\cos^2\omega t + c^2\sin^2\omega t};\\ &d)F = m\omega^2\sqrt{a^2\cos^2\omega t + c^2\sin^2\omega t}; \end{aligned}$$

42. Un punct material are mișcarea oscilatorie descrisă de relația $x = A\sin(\omega t + \varphi)$. Să se determine:

a) dependența accelerației punctului material de elongație;

b) dependența accelerației de viteza punctului material;

c) momentele cele mai apropiate la care viteza și accelerația au valori de două ori mai mici decât valorile lor maxime, știind că faza inițială este $\varphi = \pi/3$ și perioada T = 0,06 s.

$$\text{R:}\quad \begin{aligned} &a)a = -\omega^2 x;\quad b)a = \omega\sqrt{v_0^2 - v^2};\\ &c)t_1 = 0,\, t_2 = 0{,}025 \end{aligned}$$

43. Pistonul unui motor al unui automobil efectuează o mișcare oscilatorie armonică. Automobilul merge cu viteza v = 72 km/h, raza roților este R = 344 mm, iar cursa pistonului este l = 100 mm. Să se calculeze:

a) valoarea maximă a vitezei pistonului;

b) valoarea maximă a accelerației pistonului.

R: $a)v_{\max} = 2{,}9\, m/s,\ a_{\max} = 167\, m/s^2$

44. Un punct material cu masa m = 10 g oscilează după legea $x = 5\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)(cm)$. Să se afle:

a) valoarea intervalului de timp necesar atingerii accelerației maxime;

b) valoarea maximă a forței care acționează asupra punctului material;

c) expresiile energiilor cinetică, potențială și totală a punctului material.

R: $a)t = 3, 6, 9, 15...; b)F_{\max} = 13\cdot 10^{-5};$
$c)E_c = \frac{m}{2}\cdot 25\left(\frac{\pi}{6}\right)^2 \cos^2\frac{\pi}{6}t,\ E_p = \frac{m}{2}\cdot 25\left(\frac{\pi}{6}\right)^2 \sin^2\frac{\pi}{6}t;\ E = const$

45. Un punct material efectuează o mișcare oscilatorie după legea $x = A\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$. Să se determine:

a) momentul în care energia potențială este egală cu energia cinetică;

b) energia totală a punctului material, dacă masa sa este considerată m;

c) forța sub acțiunea căreia corpul execută mișcarea oscilatorie.

R: $a)t = \frac{1}{24}s; b)E = \frac{4\pi^2 mA^2}{2}; c)F = -mA(4\pi)^2 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

46. Un oscilator constituit dintr-un punct material cu masa m = 16 mg, atârnat la capătul unui resort, vibrează sub acțiunea forței elastice a resortului, ecuația elongației fiind $y = 10^{-1}\sin\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{8}\right)\ (m)$. Să se calculeze:

a) perioada oscilației;

b) viteza maximă și accelerația maximă a punctului material;

c) valoarea maximă a forței care acționează asupra punctului material;

d) relațiile ce exprimă dependența de timp a energiei cinetice, potențiale și totale a punctului material.

R: $a)T=16s;\quad b)v_{\max}=3{,}925m/s,\ a_{\max}=1{,}54\cdot10^{-2}m/s^2;$

$c)F_{\max}=2{,}46\cdot10^{-4}N;$

$d)E_c=1{,}23\cdot10^{-5}\cos^2\left(\frac{\pi}{8}t+\frac{\pi}{8}\right),\quad E_p=1{,}23\cdot10^{-5}\sin^2\left(\frac{\pi}{8}t+\frac{\pi}{8}\right)$

$E=1{,}23\cdot10^{-5}$

47. Un corp cu masa m = 10 g oscilează în jurul poziției de echilibru, având elongația dată de expresia $y=0{,}4\sin2\pi\left(5t+\frac{1}{6}\right)\ (m)$. Când trece prin poziția de elongație maximă, oscilatorul lovește o bilă cu masa m_1 = 5 g, transferând întreaga sa energie. În urma ciocnirii, bila capătă o viteză orientată vertical în sus. Să se determine:

a) valoarea amplitudinii, perioadei și fazei inițiale a oscilației;

b) valoare vitezei corpului cu masa m după t = 0,05 s, de la începutul oscilației;

c) înălțimea până la care se ridică bila în urma ciocnirii.

R: $a)A=0{,}4m,\ T=0{,}2s,\ \varphi_0=\frac{\pi}{3};$

$b)v=-2\pi\sqrt{3}m/s;\quad c)h=16m$

48. Un corp cu masa m = 1kg este suspendat la capătul unui fir. Se imprimă pendulului matematic astfel format o mișcare oscilatorie cu amplitudinea unghiulară $\alpha=60^0$ și perioada $T=\frac{\pi}{\sqrt{2}}s$. Să se calculeze:

a) valoarea minimă și maximă a tensiunii mecanice create în fir;

b) valoarea energiei cinetice și potențiale la un unghi $\beta=30^0$.

R: $a)T_{\min}=15N,\ T_{\max}=20N;$

$b)E_c=18{,}25J,\ E_p=6{,}75J$

49. Un pendul matematic este agățat de plafonul unui vagon de tren. Trenul fiind în mișcare îi transmite acestuia accelerația orizontală a. Să se calculeze raportul cu care se modifică perioada sa de oscilație.

R: $n = \frac{T_1}{T_2} = \sqrt[4]{1 + \left(\frac{a}{g}\right)^2}$

50. Un corp situat pe un plan înclinat începe să oscileze, inițial alunecând cu amplitudinea A = 10 cm. Unghiul planului înclinat este $\alpha = 10^0$, iar coeficientul de frecare la alunecare are valoarea $\mu = 0,4$. Să se calculeze valoarea minimă a frecvenței de oscilație.

R: $\nu = 1\, s^{-1}$

51. Un vas cu masa m = 20 g și aria secțiunii S = 5 cm^2 conține o cantitate de mercur cu masa m_2 = 80 g. Vasul plutește pe o suprafață cu apă, iar sub acțiunea unei forțe verticale, sistemul astfel format începe să oscileze. Să se determine valoarea perioadei de oscilație a sistemului.

R: *T = 0,9 s*

52. Un corp cu masa m = 2 kg este prins de un resort și oscilează într-un mediu uleios cu coeficientul de rezistență r = 0,5 kg/s. Constanta de elasticitate a resortului este k = 50 N/m. Să se calculeze frecvența mișcării oscilatorii.

R: $\nu = 2,5\, s^{-1}$

53. Funcţia de undă a unei unde elastice este:
$y(x,t) = 4\sin(2\pi t - 0,2\pi x)$ (mm). Calculaţi viteza undei şi viteza de oscilaţie a unui punct situat la x = 5 m de sursa undei elastice.

R: $v(t) = 8\pi \cdot 10^{-3} \cos(2\pi t - \pi)\, m/s$

54. O undă elastică se propagă într-un mediu continuu. Vectorul de undă al undei este 2π m^{-1}. Ce defazaj există între două puncte situate la distanţa de 0,5 m ?

R: $\Delta\varphi = \pi\, rad$

55. O undă elastică se propagă într-un mediu continuu. Vectorul de undă al undei este 4π m^{-1}. Ce defazaj există între două puncte situate la distanţa de 0,25 m ?

R: $\Delta\varphi = \pi\, rad$

56. O sursă care oscilează conform ecuației $y = 2\sin(1000\pi t)\ mm$ emite unde plane într-un mediu cu modulul de elasticitate $E = 12{,}3 \cdot 10^{10}\ N/m^2$. Știind că la distanța x = 3,72 m de sursă, ecuația undei este $y_2 = 2\sin 2\pi(500t - 0{,}5)\ mm$, să se calculeze:

a) Lungimea de undă;
b) Densitatea mediului

R: $\lambda = 7.44\ m,\ \rho = 8888\ kg/m^3$

57. Care este defazajul dintre oscilaţiile a două puncte situate pe o coardă elastică la distanţa de 1 m unul de altul ? Lungimea de undă a undei elastice este de 0,5 m, iar viteza undei este de 100 m/s. Care este frecvenţa undei ?

R: $\Delta\varphi = 4\pi\, rad, \quad \upsilon = 200\, Hz$

58. Funcţia de undă a unei unde elastice este: (x,t) = 0.05 sin$(2\pi t - 0.4\pi x)$ (m). Calculaţi lungimea de undă şi viteza undei.

R: $\lambda = 5\ m, u = 5\ m/s$

59. O undă elastică se propagă într-un mediu continuu cu viteza de 300 m/s şi are frecvența de 200 Hz. Calculați lungimea de undă şi vectorul de undă al undei.

R: $\lambda = 1.5\ m,\ k = 4.18\ m^{-1}$

60. Funcția de undă a unei unde elastice este: (x,t)=0.25sin$(100\pi t - 0.2\pi x)$ (m). Calculați lungimea de undă şi viteza undei.

R: $u = 500\ m/s,\ \lambda = 10m$

61. Sursă care oscilează conform ecuației $y = 1,6\sin(500\pi t)\ cm$ emite unde plane într-un mediu cu densitatea $\rho = 7800\ kg/m^3$. Știind că între două puncte aflate la distanța $\Delta x = 6,918\ m$, defazajul este $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3}$, să se determine:

a) Lungimea de undă;
b) Modulul de elasticitate al mediului

R: $\lambda = 20,75\ m,\ E = 21\cdot 10^{10}\ N/m^2$

62. Ce defazaj există între oscilațiile din două puncte ale unui mediu elastic continuu care sunt situate la distanta de 2 m unul de altul ? Lungimea de undă a undei elastice ce se propagă în mediu este de 2 m.

R: $\Delta\varphi = 2\pi\ rad$

63. Extremitatea unei coarde elastice oscilează după legea: $y = 0.05\sin 20\pi t\ (m)$.

a) Determinați frecvența și perioada oscilațiilor la extremitățile coardei

b) Calculați lungimea de undă a undelor ce se propagă în lungul coardei, dacă viteza de propagare a undelor în coardă este $u = 0.8\ m/s$

c) Ce defazaj corespunde oscilațiilor a două puncte de pe coardă, aflate la distanța $\Delta x = 10\,cm$ unul față de celălalt.

R: a) $\upsilon = 10\ Hz, T = 0,1\ s$; b) $\lambda = 0,08\ m$ c) $\Delta\varphi = \frac{\pi}{4}$.

64. Pe o bară cu densitatea $\rho = 2700\ kg/m^3$ și modulul de elasticitate $E = 6,75\cdot 10^{10}\ N/m^2$ este așezată o sursă a cărei lege de oscilație este $y = 2,3\sin(500\pi t)\ mm$. Cunoscând ca ecuațiile de oscilație ale capetelor barei sunt $y_A = 2,3\sin\left(500\pi t - \frac{\pi}{2}\right)mm$ și $y_B = 2,3\sin\left(1570t - \frac{\pi}{4}\right)mm$, calculați:

a) Viteza undei ;
b) Lungimea barei.

R: $u = 5000\,m/s,\quad x = 7,5\,m$

65. O sursă produce unde cu frecvența de *50 Hz*, care se propagă în două medii diferite. Cunoscând vitezele de propagare, u_1=2000 *m/s*, respectiv

u_2 = 500 *m/s*, ale vibrațiilor în cele două medii, să se calculeze lungimile de undă corespunzătoare.

R: $\lambda_1 = 40\,m, \quad \lambda_2 = 10\,m$

66. O sursă sonoră are perioada T = 2 ms și emite unde plane cu amplitudinea A = 0,1 mm care se propagă cu viteza v = 320 m/s. Presupunând că faza inițială a sursei este nulă, să se determine:

a) Ecuația de oscilație a unui punct A aflat la distanța x = 8 cm de sursă;
b) Viteza de oscilație a punctului A la momentul t = 0,5 ms

R: $a)\ y_A = 0{,}1\sin\left(1000\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)(mm)$
$b)\ v = 0{,}22\ m/s$

67. Punctele unui mediu în care s-au format unde, execute mișcări periodice după legea: $y = 4\sin\left(\dfrac{\pi}{3}t + \varphi\right)$, în care amplitudinea este exprimată în cm, iar timpul în secunde. Să se determine viteza de propagare a mișcării oscilatorii, știind că lungimea de undă este $\lambda = 120\,cm$.

R: $u = 20\,cm/s$

68. Punctele unui mediu elastic în care se propagă unde elastice, execută mișcări periodice descrise de legea: $y = 4\cdot10^{-3}\sin\left(60\pi t - 0.5x\right)(m)$.

Să se determine:

a) Frecvența oscilațiilor punctelor mediului;
b) Viteza maximă a punctelor mediului;
c) Viteza de propagare a undei.

R: a) $\nu = 30\,Hz$, b) $v_{\max} = 0.75\,m/s$, c) $u = 376.8\,m/s$

69. O undă sonoră plană, care se propagă într-un singur sens, este descrisă de următoarea lege: $y = 0.5\sin\left(10\pi t\right)(cm)$, emițând unde plane care se propagă cu viteza v = 600 m/s

Să se determine:

a) Lungimea de undă;
b) Ecuația undei într-un punct A situat la distanța x = 5m de sursă;
c) Momentul de timp la care elongația punctului A devine prima dată egală cu 0,25 cm;

d) Viteza maximă de oscilație a particulei;

e) Defazajul dintre două puncte aflate la distanța $\Delta x = 20\ m$.

R: a) $\lambda = 120\,m$, b) $y_A = 0,5\sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$, c) $t = 25\,ms$, d) $v_{\max} = \frac{\pi}{20}\,m/s$,

e) $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$

70. O sursă de unde plane oscilează după ecuația: $y = 0,25\sin(100\pi t)\,(mm)$, are viteza de propagare u = 400 *m/s*.

a) După cât timp începe să oscileze un punct aflat la distanța x = 8 m de sursă;

b) Care este distanța între două puncte care oscilează defazat cu $\frac{\pi}{6}$.

R: *a*) t = 20 *ms*

b)$\Delta x = 2/3\,m$

71. Într-un mediu elastic cu modulul de elasticitate $E = 8,02\cdot 10^{10}\ N/m^2$ și densitatea $\rho = 2700\ kg/m^3$ se propagă o undă longitudinală care are frecvența $\upsilon = 440\ Hz$. Calculați viteza undei și lungimea de undă.

R: u = 5450 m/s, λ = 12,38 m

72. Determinați viteza de propagare a sunetului într-un mediu în care un sunet cu perioada T = 6 ms produce o undă cu lungimea de undă λ=36m.

R: u = 6000 m/s

73. Sursa sonoră a unui sonar are o frecvență υ = 100 Hz. Viteza de propagare a sunetului prin apă este u = 1450 m/s. Ce perioadă și lungime de undă are unda sonoră emisă.

R: T = 0,01 s, λ= 14,5 m

74. O barcă se balansează pe suprafața unui lac cu perioada T = 4 s. Distanța dintre două fronturi de undă este d = 6m. Să se calculeze valoarea vitezei de propagare a undelor.

R: v = *1,5 m/s*

75. De pe un vapor se lansează un semnal ultrasonic la adâncimea h = 1,5 km. Ecoul se recepționează după t = 2,1 s. Densitatea apei de mare este $\rho = 1030\ kg/m^3$.
Să se determine modulul de compresibilitate al apei de mare.

R: $\beta = 4,41 \cdot 10^9\ Pa$

76. O coardă de oțel cu lungimea l = 0,5 m și diametrul D = 0,2 mm este acordată de un diapazon cu frecvența $\upsilon = 435\ Hz$.
Să se calculeze tensiunea din coarda de oțel.

R: *T = 46 N*

77. O coardă de oțel cu diametrul D = 1 mm este întinsă de o forță F = 100 N. Să se calculeze viteza de propagare a undelor transversale din coardă.

R: *v = 128 m/s*

78. Să se calculeze frecvența obținută prin lovirea unei corzi de oțel cu un diapazon cu frecvența $\upsilon = 430\ Hz$, coarda având lungimea l = 0,5 m, diametrul d = 0,3 mm și fiind tensionată cu forța T = 100 N.

R: $\upsilon = 5\ Hz$

CAPITOLUL III

FIZICĂ MOLECULARĂ ȘI CĂLDURĂ

3.1. Noțiuni de teorie

- **Noțiuni despre structura substanței**

Mărimi caracteristice

- **Unitatea atomică de masă** (u) este mărimea egală cu a 12-a parte din masa izotopului de carbon

$$1u = 1,67 \cdot 10^{-27}\ kg$$

- **Molul** este cantitatea de substanță a cărei masă exprimată în grame conține atâtea entități elementare câți atomi sunt în 0,012 kg de ${}^{12}_{6}C$. Molul este cantitatea de substanță exprimată în grame, numeric egală cu masa atomică moleculară relativă.
- **Masa molară** este masa unui mol de substanță

$$\mu = \frac{m}{\upsilon} \qquad [\mu]_{SI} = \frac{kg}{mol}$$

m – masa corpului
ν – cantitatea de substanță conținută în corp

- **Volumul molar** este volumul ocupat de un mol de substanță

$$V_\mu = \frac{V}{\upsilon} \qquad \left[V_\mu = \frac{m^3}{mol}\right]$$

Experimental, se constată că volumul molar al unui gaz ideal, în condiții normale de presiune și temperatură (T_0 = 273,15 K, p_0 = 101,325 KPa) este: $V_{\mu 0} = 22,41 \cdot 10^{-3}\ \frac{m^3}{mol}$

- **Numărul lui Avogadro** reprezintă numărul de entități elementare conținute într-un mol de substanță

$$N_A = \frac{N}{\upsilon} \qquad N_A = 6,022 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$$

$$\upsilon = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{\mu}$$

o Echilibrul termic. Temperatura. Scări de temperatură

Sistemul termodinamic este orice corp macroscopic sau ansamblu de corpuri microscopice bine delimitat.

Sistemul termodinamic poate fi:

- izolat: nu interacționează și nu schimbă substanță cu mediul;
- închis: între sistemul termodinamic și mediul exterior există schimb de energie, dar nu și de substanță;
- deschis: între sistemul termodinamic și exterior are loc atât schimb de energie cât și de substanță.

Parametrii de stare sunt mărimi fizice care descriu starea sistemului termodinamic la un moment dat. Aceștia pot fi:

- parametrii *extensivi* (volum, masă, energie internă)
- parametrii *intensivi* (presiunea, temperatura, densitatea).

Starea de echilibru termodinamic este acea stare a unui sistem termodinamic ai cărei parametrii de stare nu se modifică în timp. Două sau mai multe sisteme termodinamice sunt în *echilibru termic* dacă, atunci când sunt puse în contact termic, nu schimbă căldură între ele.

Principiul tranzitivității echilibrului termic: Dacă sistemele termodinamice A și B sunt în echilibru termic, iar B este în echilibru termic cu un al treilea sistem termodinamic C, atunci A și C sunt în echilibru termic.

Temperatura este mărime fizică ce caracterizează stare de echilibru termic. Temperatura este un parametru intensiv ce caracterizează gradul de încălzire al corpurilor.

Scara de temperatură reprezintă corespondența între valoarea măsurată a mărimii termometrice ce caracterizează termometrul și valoarea temperaturii indicate de termometru.

Scara Celsius: temperaturile reper sunt 0^0 C, temperatura de topire a gheții și 100^0 C, temperatura de fierbere a apei, măsurate la presiune atmosferică normală.

Scara Kelvin – scara absolută: temperatura absolută egală cu zero, corespunde stării în care ar înceta agitația termică a moleculelor (practic nu poate fi atinsă). În Sistemul Internațional, unitatea de măsură pentru temperatură este Kelvin-ul.

$T(K) = t^0C + 273{,}15$ – corespondența între valoarea numerică a temperaturii în scara Celsius și valoarea numerică a acesteia în scara Kelvin.

o Principiile termodinamicii

• Lucrul mecanic în termodinamică

Lucrul mecanic reprezintă energia pe care o schimbă sistemul termodinamic cu mediul exterior.

Lucrul mecanic este o mărime fizică de proces, adică o mărime fizică asociată unei transformări, el depinde nu numai de stare inițială și finală, ci și de transformarea prin care sistemul trece din starea inițială în cea finală.

Convenții de semn:

-lucrul mecanic cedat de sistemul termodinamic se consideră pozitiv:

$$V_f > V_i \Rightarrow \Delta V > 0 \Rightarrow L = p\Delta V \Rightarrow L > 0$$

-lucrul mecanic primit de sistemul termodinamic se consideră negativ:

$$V_f < V_i \Rightarrow \Delta V < 0 \Rightarrow L = p\Delta V \Rightarrow L < 0$$

-lucru mecanic nul $L = 0$, sistemul termodinamic nu face schimb de energie sub formă de lucru mecanic cu mediul exterior.

Interpretarea geometrică a lucrului mecanic

p=constant. Lucrul mecanic efectuat de gaz pentru a trece din starea 1 în starea 2 este $L = p\Delta V$, adică aria cuprinsă între izobara 1,2 și axa volumelor.

Într-o transformare izotermă, lucrul mecanic efectuat de gaz este egal cu aria S_{ABCD} de sub curba $p(V)$.

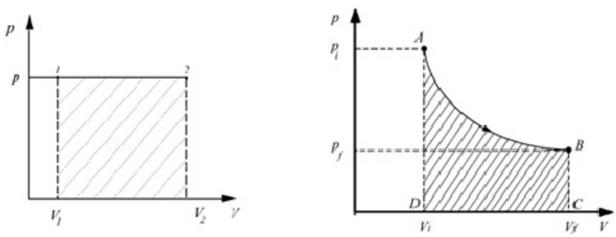


Fig. 3.1. Interpretarea geometrică a lucrului mecanic.

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\upsilon RT}{V} dV = \upsilon RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{dV} \qquad L = \upsilon RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

• Energia internă a unui sistem termodinamic

Energia internă a unui sistem termodinamic este suma dintre energiile cinetice ale tuturor moleculelor din sistem, energiile potențiale determinate de interacțiunile dintre molecule și energiile potențiale datorate interacțiunii moleculelor cu câmpul de forțe exterioare.

Energia internă este o *mărime fizică de stare*, ea fiind definită pentru stările de echilibru termodinamic. De asemenea, este o mărime aditivă, adică energia internă a unui sistem termodinamic este egală cu suma energiilor părților componentelor sistemului.

- **Căldura**

Căldura este energia pe care o schimbă sistemul termodinamic cu mediul exterior, dependentă de diferența de temperatură și de procesul termodinamic.

Căldura este o *mărime fizică de proces*, adică depinde de toate stările intermediare prin care trece sistemul termodinamic considerat.

Convenții de semn: căldura primită de sistemul termodinamic de la mediul exterior este pozitivă, iar căldura cedată de sistemul termodinamic, mediului exterior, este considerată negativă

A. Primul principiu al Termodinamicii: *căldura primită de sistemul termodinamic este egală cu suma dintre variația energiei interne a sistemului și lucrul mecanic efectuat de sistem*

$$Q = L + \Delta U$$

Q - cantitatea de căldură schimbată cu exteriorul, L – lucrul mecanic efectuat, ΔU - variația energiei interne a sistemului termodinamic).

B. Al doilea principiu al Termodinamicii (formularea lui Clausius): Într-un proces ciclic biterm reversibil are loc relația $\frac{Q_1^{rev}}{T_1} + \frac{Q_2^{rev}}{T_2} = 0$ (Q_1^{rev}, Q_2^{rev} - căldurile schimbate cu cele două termostate, ale căror temperaturi sunt T_1, respectiv T_2). Dacă procesul ciclic este ireversibil, atunci are loc inegalitatea $\frac{Q_1^{rev}}{T_1} + \frac{Q_2^{rev}}{T_2} < 0$.

Căldura nu poate trece de la un corp rece la un corp cald spontan, de la sine, adică fără a efectua lucru mecanic (R. Clausius).

Este imposibilă realizarea unei mașini termice care să poată transforma integral întreaga căldură primită de la o sursă în lucru mecanic, adică este imposibilă crearea unui perpetuum mobile de spețа a doua (Ostwald).

Dintre toate mașinile termice, care funcționează între aceleași temperaturi date ale surselor calde, randamentul maxim îl are mașina termică reversibilă Carnot, al cărei randament nu depinde de substanța de lucru.

Randamentul unui motor ideal Carnot

Ciclul Carnot este format din patru transformări: două izoterme: transformare 1-2 în care se absoarbe căldură, respectiv transformarea 3-4 pe care se cedează căldură și două adiabate 2-3, respectiv 4-1, pe cele două adiabate nu are loc schimb de căldură, $Q = 0$.

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Randamentul unui motor real este: $\eta = 1 - \frac{L}{Q_1} = \frac{L - Q_2}{Q_1}$ (L- lucrul mecanic efectuat, Q_1- căldura primită, Q_2- căldura cedată).

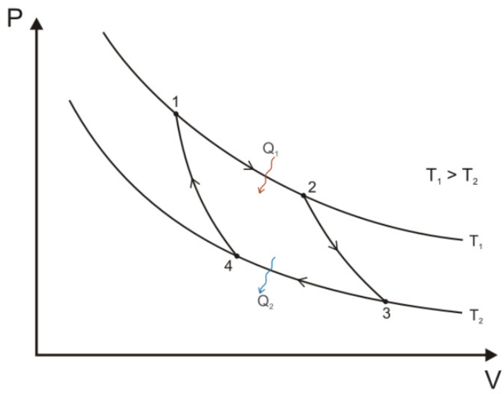


Fig. 3.2. Ciclul Carnot.

C. *Al treilea principiu al Termodinamicii*:

Când temperatura absolută a unui sistem tinde către zero, entropia sa tinde către o constantă universală, finită, care, pentru sistemele pure condensate, poate fi egală cu zero.

Nu poate fi atinsă temperatura de 0 K prin nici un proces termodimanic.

- **Entropia** unui sistem termodinamic se definește prin relația: $dS = \frac{\delta Q}{T}$.

Variația de entropie la trecerea unui sistem termodinamic din starea 1 în starea 2 este: $\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$.

Relația fundamentală a Termodinamicii în procese reversibile este: $dS = \frac{dU + pdV}{T}$. Într-un proces ireversibil, relația devine: $dS > \frac{dU + pdV}{T}$.

- **Legile gazului ideal**

- **Legea transformării generale (Clapeyron-Mendeleev)**

Transformarea generală a unei cantități constante de gaz ideal este orice transformare în care se modifică toți parametrii de stare: presiune, volum, temperatură.

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} = const.$$

Ecuația Clapeyron-Mendeleev stabilește o relație între parametrii de stare ai unei mase constante de gaz ideal și mai este numită și *ecuația termică de stare*.

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \ sau \ pV = \upsilon RT$$

m- masa de gaz, μ- masa molară a gazului, *R* – constanta gazelor ideale, *R*= 8.314 *J/mol K*

- **Legea transformării izoterme (Boyle Mariotte)**

Transformarea izotermă a unei cantități constante de gaz ideal este orice transformare în care nu se modifică temperatura: *T* = constant, *m* = constant

$$p_1V_1 = p_2V_2 = const.$$

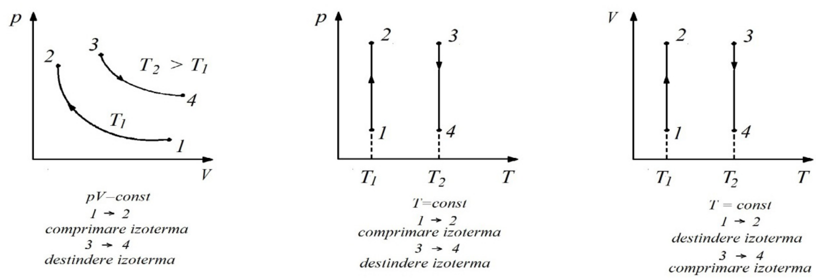


Fig. 3.3. Reprezenatarea grafică a transformării izoterme.

- **Legea transformării izobare (Gay-Lussac)**

Transformarea izobară a unei cantități de constante de gaz ideal este orice transformare în care nu se modifică presiunea: p = constant, m = constant

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = const.$$

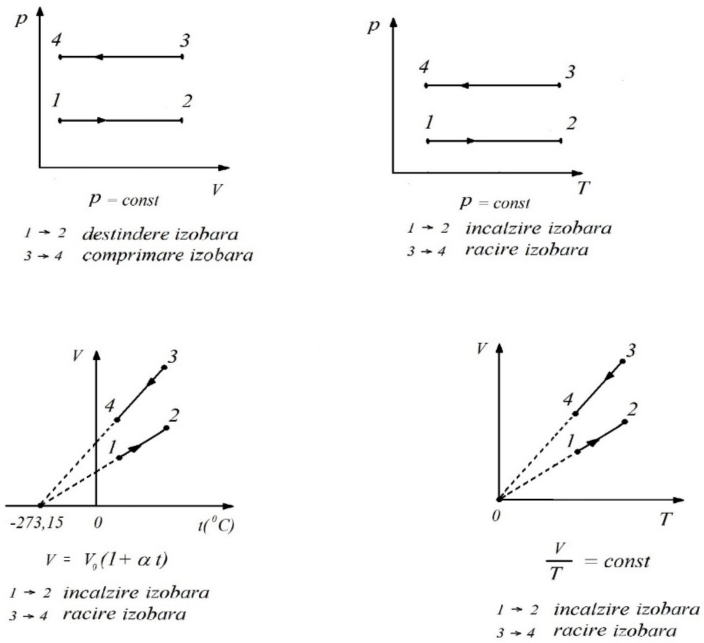


Fig. 3.4. Reprezentarea grafică a transformării izobare.

- **Legea transformării izocore (Charles)**

Transformarea izocoră a unei cantități de constante de gaz ideal este orice transformare în care volumul rămâne constant**:** V = constant, m = constant

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = const.$$

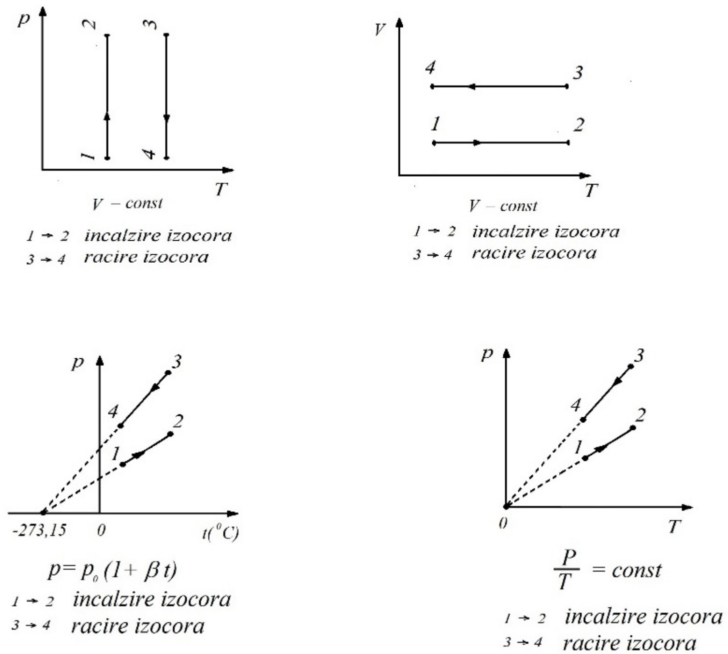


Fig. 3.5. Reprezentarea grafică a transformării izocore.

- **Legea transformării politrope**

$$p_1V_1^n = p_2V_2^n = const.$$

$n = \dfrac{C - C_p}{C - C_V}$ – indicele politropei, C_p și C_V sunt căldurile molare la presiune constantă, respectiv volum constant, iar C este căldura molară politropă.

Relația Robert-Mayer este: $C_p = R + C_V$).

Un caz particular de transformare politropă este cel în care $C = 0$, iar $n = \gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$, γ fiind exponentul adiabatic.

- **Legea transformării adiabate – ecuația Poisson**

Transformarea adiabată este transformarea în care sistemul termodinamic nu schimbă căldură cu mediul exterior.

Ecuația Poisson, care descrie transformarea adiabată are trei forme:

$$pV^{\gamma} = const$$

$$TV^{\gamma-1} = const$$

$$Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = const$$

Panta adiabatei este mai mare decât a izotermei.

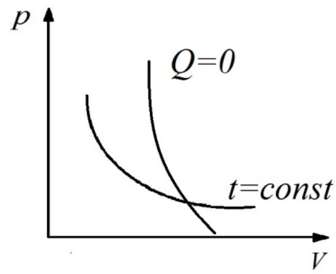


Fig. 3.6. Reprezentarea grafică a pantei adiabatei, respectiv a izotermei.

- **Motoare termice**
- **Randamentul unui motor termic**

Motorul termic este o instalație care transformă căldura primită, rezultată în urma arderii unui combustibil, in lucru mecanic util.

Mărimea fizică ce caracterizează un motor termic este randamentul, este o mărime fizică adimensională, care are valori subunitare:

$$\eta = \frac{L}{Q_p} \ sau \ \eta = \frac{Q_p - |Q_c|}{Q_p} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p}$$

Motorul termic absoarbe căldură de la o sursă cu temperatură mai ridicată, efectuează lucru mecanic și cedează căldură altei surse, aflate la o temperatură mai scăzută, o astfel de transformare se numește transformare bitermă.

- **Motorul Otto (motorul cu aprindere prin scânteie)**

Motorul Otto folosește drept combustibil amestecul de vapori de benzină și aer.

Acest motor funcționează în patru timpi: admisia, compresia, aprinderea și detenta, evacuarea. Ciclul de funcționare este format din două adiabate: 1-2, 3-4, respectiv două izocore: 2-3, 4-1.

Fluidul de răcire primește căldură în transformarea 2-3 și cedează căldură pe 4-1. În transformările 1-2 și 3-4 nu se face schimb de căldură deoarece sunt adiabate.

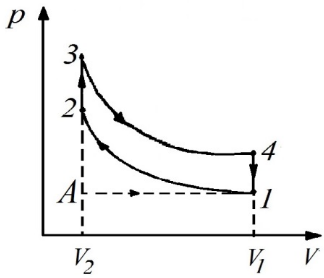


Fig. 3.7. Ciclul motorului Otto.

Randamentul motorului Otto poate fi exprimat în funcție de raportul de compresie astfel: $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$$

- **Motorul Diesel (motorul cu aprindere prin compresie)**

Motorul Diesel folosește drept combustibil motorină care este pulverizată lent cu ajutorul pompei de injecție. Funcționează tot în patru timpi, însă aprinderea are loc datorită temperaturii foarte ridicate la care ajunge combustibilul, aproximativ 800℃.

Ciclul de funcționare este format din două adiabate: 1-2 și 3-4, o izobară 2-3 și o izocoră 4-1.

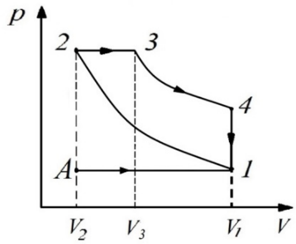


Fig. 3.8. Ciclul motorului Diesel.

Fluidul primește căldură în transformarea 2-3 și cedează căldură în transformarea 4-1.

Randamentul motorului Diesel poate fi exprimat în funcție de rapoartele de compresie : $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ si $\rho = \frac{V_3}{V_2}$:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\rho^{\gamma-1}}{\varepsilon^{\gamma-1}(\rho - 1)}$$

3.2. Probleme propuse

1. Un balon închis are volumul V = 10 dm^3, el conține un mol de He la temperatura t = 27 ^{0}C. După încălzirea gazului presiunea lui este p = 1,33 MPa. Să se calculeze cantitatea de căldură primită de gaz.

R: *Q = 16,2 kJ*

2. Un gaz are raportul $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{4}{3}$ se găsește la presiunea p = 0,2 MPa și ocupă volumul V_1 = 3 dm^3. În urma unei încălziri izobare, volumul său crește de 3 ori. Să se calculeze cantitatea de căldură transmisă gazului.

R: *Q = 4800 J*

3. Un cilindru orizontal prevăzut cu piston, conține m = 60 g de aer la temperatura t_1 = 20 ^{0}C și presiunea p_1 = 10^6 Pa. Se încălzește aerul sub presiune constantă până la temperatura t_2 = 520 ^{0}C. Să se determine:
a) volumul inițial al aerului din cilindru;
b) lucrul mecanic efectuat de gaz;
c) cantitatea de căldură absorbită de gaz.

R: *a)* $V_1 = 50,04 \cdot 10^{-4}$ m^3*; b) L = 0,133 J; c) Q = 30096 J*

4. Într-un cilindru cu piston este conținută o masă m = 20 g de He. Gazul suferă o transformare lentă din starea 1: p_1 = 0,41 MPa și V_1 = 32 dm^3, în starea 2: p_2 = 1,6 MPa și V_2 = 9 dm^3. Transformarea 1-2 este o dependență liniară. Să se calculeze temperatura maximă atinsă de gaz în decursul transformării.

R: *T = 490 K*

5. În urma unei destinderi adiabatice a unei cantități m = 3,2 g de oxigen, aflat la temperatura t = 20 ^{0}C, presiunea scade de la p_1 = 1 MPa la p_2 = 0,38 MPa. Să se calculeze:
a) de câte ori se mărește raportul V_2/V_1;
b) temperatura finală a gazului;
c) cantitatea de căldură necesară gazului pentru ca într-o transformare izocoră să atingă din nou temperatura t = 20 ^{0}C.

R*: a) k = 2; b)* T_2 *= 222 K; c) Q = 148 J*

6. O cantitatea de oxigen își micșorează volumul de la $V_1 = 20\ dm^3$ la $V_2 = 10\ dm^3$. În timpul transformării presiunea oxigenului crește de la $p_1 = 0,1$ MPa la $p_2 = 0,2$ MPa. Calculați variația energiei interne a gazului.

R: $\Delta U = 1520\ J$

7. Un gaz ideal care se găsește în starea inițială A la presiunea $p_1 = 10^5$ Pa și volumul $V_1 = 20\ dm^3$ trece în starea B caracterizată de $p_2 = 2\ p_1$ și $V_2 = 2\ V_1$. Transformarea se face prin următoarele trei căi:

a) o transformare izocoră urmată de o transformare izobară;

b) o transformare izobară urmată de o transformare izocoră;

c) o transformare în care diagrama p = f (V) este o linie dreaptă.

Variația energiei interne este $\Delta U = 3 \cdot 10^4 J$. Calculați lucrul mecanic efectuat și căldura consumată pentru fiecare transformare.

R: *a)* $L_1 = 6\ kJ$, $Q_1 = 36\ kJ$; *b)* $L_2 = 2\ kJ$, $Q_2 = 32\ kJ$;
c) $L_3 = 4\ kJ$, $Q_4 = 34\ kJ$

8. Într-un cilindru orizontal prevăzut cu piston se găsește masa m = 2,9 kg aer cu masa molară μ = 29 g/mol la temperatura $t_1 = 27\ ^0C$ și presiunea p = 200 kPa. Masa de aer suferă o transformare izobară până la $T_2 = 600$ K. Să se determine:

a) volumul inițial de aer;

b) lucrul mecanic necesar transformării;

c) cantitatea de căldură absorbită prin încălzire.

R: *a)* $V_1 = 1,25\ m^3$; *b)* $L = 249\ kJ$; *c)* $Q = 870\ kJ$

9. Un vas cu volumul V = 80 l conține azot, cu masa molară μ = 28 g/ mol, la presiunea $p_1 = 5$ atm și temperatura $t_1 = 27\ ^0C$. Azotul este încălzit la volum constant până la temperatura $t_2 = 77\ ^0C$. Să se determine:

a) densitatea azotului în condiții normale;

b) variația energiei interne a azotului în timpul transformării.

R: *a)* $\rho_0 = 1,25\ kg/m^3$; *b)* $\Delta U = 16,3\ kJ$

10. O masă m = 160 g oxigen se află la presiunea $p_1 = 1$ MPa și temperatura $t_1 = 47\ ^0C$. Gazul este supus mai întâi unei transformări izobare, până la un volum de patru ori mai mare și apoi unei transformării izocore, astfel încât presiunea se micșorează de două ori. Să se determine variația energiei interne a gazului în urma transformărilor.

R: $\Delta U = 47\ kJ$

11. Un recipient cu volumul V = 250 l conține gaz metan la presiunea p = 6 atm și temperatura t = 27 ^{0}C. Să se calculeze:

a) densitatea gazului în aceste condiții;

b) cantitatea de apă care poate fi încălzită cu $\Delta t = 80$, prin arderea metanului care iese din recipient, astfel încât presiunea finală a gazului din recipient să fie $p' = 2$ atm.

R: *a)* $\rho = 3,9\ kg/m^3$; *b)* $m = 221\ g$

12. Într-un calorimetru cilindric cu aria bazei $S = 30\ cm^2$ se toarnă $V = 200\ cm^3$ de apă la temperatura $T = 303$ K. Ulterior, în calorimetru, se introduce o bucată de gheață cu masa $m = 10$ g și $T = 273$ K. Să se determine cu cât s-a deplasat nivelul apei din calorimetru în urma topirii gheții.

R: $\Delta h = 2,5\ mm$

13. Într-o butelie cu volumul $V = 40$ l se găsește oxigen la presiunea $p_1 = 1000$ kPa și la temperatura $t_1 = 27\ ^0C$. Să se determine:

a) masa oxigenului din butelie;

b) presiunea oxigenului din butelie;

c) cantitatea de căldură absorbită de oxigenul din butelie, dacă temperatura crește la $t_2 = 127\ ^0C$.

R: *a)* $m = 513\ g$; *b)* $p_2 = 1330\ kPa$; *c)* $Q = 56,4\ kJ$

14. Într-un corp de pompă se găsesc $m = 16$ g de oxigen la presiunea $p = 1,5$ atm și temperatura $t = 47\ ^0C$. Masa molară a oxigenului este $\mu = 32$ g/mol. Să se calculeze:

a) densitatea gazului;

b) temperatura la care trebuie încălzit gazul și căldura necesară pentru ca presiunea să se dubleze, dacă transformarea se face izobar;

c) temperatura la care trebuie încălzit gazul și lucrul mecanic efectuat pentru ca volumul să se dubleze, încălzirea făcându-se izobar.

R: *a)* $\rho = 1,83\ kg/m^3$; *b)* $T_1 = 640\ K$, $Q = 3,28\ kJ$;
c) $T_2 = 640\ K$, $L = 1,33\ kJ$

15. Într-un cilindru închis etanș cu ajutorul unui piston mobil se găsesc $\upsilon = 3$ moli He menținut la presiune constantă $p = 101,3$ kPa și temperatura $T_1 = 300$ K. cantitatea de heliu din cilindru este încălzită izobar până când volumul gazului devine $V_2 = 98,4$ l. Să se determine:

a) volumul inițial al gazului din cilindru;

b) temperatura T_2 a gazului după încălzire;

c) lucrul mecanic efectuat de gaz prin dilatare în cursul încălzirii izobare.

R: *a)* $V_1 = 74\ l$; *b)* $T_2 = 400\ K/$, *c)* $L = 4,49\ kJ$

16. O cantitate de gheață $m = 0,5$ kg are temperatura inițială $t_0 = -12\ ^0C$. Să se determine căldura necesară pentru a transforma gheața în apă, adusă în stare de fierbere la presiune normală.

R: $Q = 386\ kJ$

17. Să se calculeze căldura cedată sursei reci de o mașină termică, care funcționează după ciclul Carnot, dacă randamentul ei este $\eta = 60\ \%$ și lucrul mecanic efectuat $L = 120$ kJ.

R: $Q = 80\ kJ$

18. Ce temperatură în grade Celsius va avea $\upsilon = 1/3$ kmol de gaz perfect, care ocupă $V = 40\ m^3$ la o presiune $p = 20,78$ kPa.

R: $t = 27\ ^0\ C$

19. Un gaz ideal care ocupă volumul $V_1 = 1,5$ l primește căldura $Q = 418$ J și se destinde la volumul $V_2 = 2$ l, presiunea rămânând constantă $p = 101$ kPa. Să se calculeze variația energiei interne a gazului.

R: $\Delta U = 367\ J$

20. Să se calculeze randamentul unei mașini termice ideale, știind că temperatura sursei calde este $t_1 = 727\ ^0C$ și cea a sursei reci este $t_2 = 47\ ^0C$.

R: $\eta = 68\ \%$

21. O masă $m = 2.8$ g de azot, aflată la temperatura inițială $t_1 = 127\ ^oC$ se destinde adiabatic, efectuând un lucru mecanic $L = 207.9$ J. Să se determine temperatura finală a gazului.

R: $T_2 = 27\ ^oC$

22. Un gaz ideal biatomic se destinde după legea $p = aV$, unde $a = 10^{8}\ N/m^5$, de la un volum V_1=1 l până la un volum $V_2 = 2$ l. Să se determine:

a) lucrul mecanic efectuat de gaz;
b) variația energiei interne;
c) căldura absorbită;
d) căldura molară în această transformare.

R: L= 150 J, $\Delta U =$ 750 J, Q = 900 J, C = 24.9 J/mol K

23. Să se calculeze randamentul unui motor termic care efectuează un ciclu format din 2 adiabate, o izobară şi o izocoră (motorul Diesel), dacă raportul de compresie este $\varepsilon = V_1/V_2 = 12$, iar coeficientul de destindere adiabatic este $\lambda = V_3/V_2 = 2$. Substanța de lucru este aerul.

Să se compare acest randament cu randamentul ciclului Carnot care ar lucra între aceleași limite maxime de temperatură.

R: η = 0.566= 56.6 %, η_C = 0.815= 81.5 %

24. Un motor ideal funcționează după un ciclu Carnot şi absoarbe de la sursa caldă căldura Q_1=2508 J într-un ciclu termodinamic. Temperatura sursei calde fiind T_1 = 400 K, iar cea a sursei reci fiind T_2 = 300 K, să se determine:

a) lucrul mecanic efectuat într-un ciclu termodinamic;

b) randamentul motorului.

R: L = 627 J, η_C = 0.25 = 25 %.

25. Să se determine randamentul unui ciclu Carnot dacă raportul de compresie este $\varepsilon = V_4/V_1 = 6$, substanța de lucru fiind un gaz biatomic (γ=1,4).

R: η_C = 0.51 = 51 %

26. O cantitate m = 14 g de azot mononuclear cu $\mu_{N_2} = 28\, g/mol$ se află inițial în stare caracterizată de parametrii $p_0 = 2\cdot 10^5\ N/m^2$ și V_0 = 5 l. Gazul este supus procesului $1 \to 2 \to 3$, reprezentat în figura alăturată.

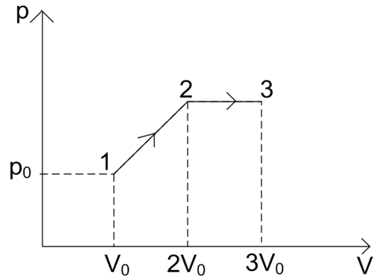


Fig. 3.9. Figura corespunzătoare problemei 26.

Determinați:

a) lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul exterior în transformarea $1 \to 2$;

b) variația energiei interne a gazului în procesul $1 \to 3$;

c) căldura absorbită de caz în procesul $2 \to 3$.

R: a) $L_{12} = 1500\ J$; b) $\Delta U_{13} = 12{,}5\ kJ$; c) $Q_{23} = 7000\ J$

27. Un mol de gaz biatomic, aflat inițial în starea 1 în care parametrii sunt $p_1 = 2\cdot 10^5\ N/m^2$ și V_1 = 4 l, este supus transformării ciclice $1 \to 2 \to 3 \to 1$ reprezentate în figura alăturată în coordonate p-V.

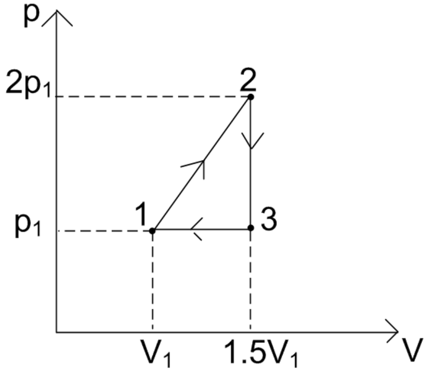


Fig. 3.10. Figura corespunzătoare problemei 27.

Să se calculeze:

a) energia internă a gazului în starea 1;

b) lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul exterior în transformarea $1 \to 2$;

c) căldura schimbată cu mediul în procesul $1 \to 2$;

d) valoarea raportului dintre lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul în timpul unui ciclu și căldura primită de gaz în acest timp.

R: *a) $U_1 = 2000$ J; b) $L_{12} = 600$ J; c) $Q_{12} = 4600$ J; d)* $\frac{L_t}{Q_p} = 0,076$

28. O butelie cu volumul V = 8,31 dm^3 conține m = 58 g de aer la presiunea $p = 6 \cdot 10^5\ Pa$ și temperatura T = 300 K. Presiunea maximă admisă în interiorul buteliei este $p_{\max} = 10^6\ Pa$. Se poate considera că aerul este un amestec de oxigen $\mu_1 = 32$ g/mol și azot $\mu_2 = 28$ g/mol care se comportă ca un gaz ideal. Să se determine:

a) Masa molară a aerului;

b) Temperatura maximă până la care poate fi încălzit aerul din butelie.

R*: a) $\mu_a = 29$ g/mol; b) $T_{max} = 500$ K*

29. O masă m = 280 g de azot molecular (μ = 28 g/mol, C_V = 2,5 R) ocupă, în starea inițială, volumul V_1 la temperatura T_1 = 320 K și presiunea p_1 = 831 kPa. Gazul, considerat ideal, este comprimat la temperatură constantă, până la înjumătățirea volumului, iar apoi este încălzit la presiune constantă până revine la volumul inițial. Să se calculeze:

a) Volumul inițial ocupat de gaz;

b) Densitatea maximă a gazului în decursul transformărilor;

c) Temperatura maximă a gazului în timpul transformărilor.

R: a) $V_1 = 32 \cdot 10^{-3}\ m^3$;
b) $\rho_{max} = 17,5\ kg/m^3$; c) $T_{max} = 640\ K$

30. Un mol de gaz monoatomic este supus transformărilor specifice unui motor Otto, astfel el este caracterizat de următorii parametrii: temperatura $T_1 = 500$ K, presiunea $p_3 = 2p_2$, iar raportul de compresie se consideră $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = 8$.

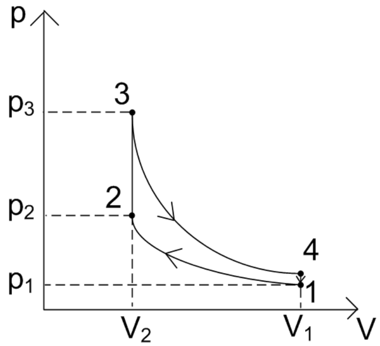


Fig. 3.11. Figura corespunzătoare problemei 30.

Să se determine:

a) căldura schimbată de substanța de lucru cu mediul exterior în transformarea $3 \to 4$;

b) căldura cedată de substanța de lucru mediului exterior în timpul unui ciclu complet;

c) lucrul mecanic efectuat de gaz în procesul $1 \to 2$;

d) căldura schimbată de gaz cu mediul exterior în transformarea $2 \to 3$.

R: a) Q_{34} = 0 J; b) Q_c = -6232,5 J, c) L_{12} = -18697,5 J; d) Q_{23} = 24930 J

31. Într-un cilindru orizontal se află azot (μ_1 = 28 g/mol) la temperatura T = 300 K și presiunea $p_1 = 0,75 \cdot 10^5\ Pa$. Cilindrul este închis cu un piston etanș cu aria suprafeței S = 831 cm^2. Inițial deplasarea pistonului spre stânga este blocată, iar volumul ocupat de azot este V_1 = 16,62 l. În exterior se află aer la presiunea $p_0 = 10^5$ Pa. Cilindrul este conectat la o incintă de volum V_2 = 8,31 l prin intermediul unui tub de volum neglijabil prevăzut cu un robinet R, inițial închis. Incinta conține m_2 = 8 g de heliu (μ_2 = 28 g/mol), al temperatura T = 300 K. Robinetul se deschide lent, iar pistonul se poate deplasa

fără frecare. În timpul procesului temperatura este menținută constantă. Să se calculeze:

a) Densitatea azotului în starea inițială;
b) Distanța dintre poziția inițială a pistonului și cea finală a acestuia, în momentul atingerii echilibrului termic;
c) Masa molară medie a amestecului de heliu și azot;
d) Cantitatea minimă de amestec ce trebuie scoasă pentru ca pistonul să revină în stare inițială

R: *a)* $\rho = 0{,}84\ kg/m^3$*; b)* $x = 0{,}44\ m$*; c)* $\mu = 8{,}8\ g/mol$*; d)* $\Delta\nu = 1{,}5$ *moli*

32. Doi kilomoli de oxigen cu $\mu = 32g/mol$ efectuează un proces termodinamic ciclic reversibil, reprezentat în Fig. 3.12. Se cunosc parametrii gazului în starea de echilibru termodinamic 1, $p_1 = 320\ kPa$ și densitatea sa în această stare este $\rho = 3{,}2kg/m^3$. Între parametrii gazului există următoarele relații: $p_3 = \frac{p_1}{4}$, iar $V_2 = 2 \cdot V_1$.

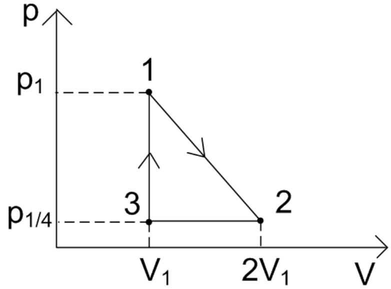


Fig. 3.12. Figura corespunzătoare problemei 32.

Determinați:

a) lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul exterior în transformarea $1 \to 2$

b) variația energiei interne în procesul $2 \to 3$;

c) căldura schimbată de gaz cu mediul exterior în transformarea $3 \to 1$.

R: a) L_{12} = 4 MJ; b) $\Delta U_{23} = -8\ MJ$; c) Q_{31} = 8 MJ

33. Un recipient cu pereții rigizi, izolat adiabatic de exterior, este împărțit în două compartimente de volume V_1 și V_2 printr-un piston mobil, termoconductor, care se poate deplasa fără frecare. În cele două compartimente se află cantități egale din cele două gaze considerate ideale. În compartimentul 1 se află heliu (μ_1 = 4 g/mol, C_{V1} = 1,5 R), iar în compartimentul al doilea se

află oxigen (μ_2 = 32 g/mol, C_{V2} = 2,5 R). inițial heliul se află la temperatura t_1 = 127 ^{0}C și presiunea $p = 1,8 \cdot 10^5\ Pa$, iar oxigenul la temperatura t_2 = 47 ^{0}C la aceeași presiune ca si heliul. Să se determine:

a) Raportul dintre densitatea oxigenul și cea a heliului în starea inițială;
b) Raportul dintre volumul ocupat de heliu în starea finală, după ce gazele ajung la echilibru termic și pistonul este în echilibru mecanic și volumul heliului în starea inițială;
c) Temperatura de echilibru la care ajung gazele;
d) Presiunea finală a oxigenului.

R: *a) k = 10; b) m = 0,9; c) T = 350 K; d)* $p_f = 1,75 \cdot 10^5\ Pa$

34. O butelie cu volumul V = 16,62 l conține un amestec de oxigen (μ_1 = 32 g/mol) și heliu (μ_2 = 4 g/mol). Relația dintre cantitățile celor două gaze este $\upsilon_2 = 1,5\ \upsilon_1$. La temperatura t = 27 ^{0}C, presiunea amestecului de gaze din butelie este $p = 15 \cdot 10^5\ Pa$. Știind că C_{V1} = 2,5 R și C_{V2} = 1,5 R, determinați:

a) Numărul total de molecule de gaz din butelie;
b) Masa amestecului de gaze din butelie;
c) Masa molară medie a amestecului;
d) Căldura absorbită de amestec în cursul unui proces în care temperatura gazului a crescut cu ΔT = 100 K.

R: a) $N = 6,02 \cdot 10^{24}$; b) m = 152 g; c) *μ = 15,2 g/mol; d) Q = 15789 J*

35. O masă dată de azot trece din stare inițială, caracterizată de presiunea $p_1 = 10^5$ Pa și volumul $V_1 = 5 \cdot 10^{-3}\ m^3$ în starea finală, caracterizată de presiunea $p_3 = 3 \cdot 10^5\ Pa$ și volumul $V_2 = 2 \cdot 10^{-3}\ m^3$ printr-o succesiune de două procese: o transformare izocoră, urmată de o transformare izobară. Se cunoaște căldura molară la volum constant C_V = 2,5 R. Să cere:

a) Să se reprezinte grafic transformările în coordonate p-V;
b) Variația energiei interne a azotului la trecerea din starea inițială în cea finală;
c) Căldura totală schimbată de gaz cu mediul exterior la trecerea din starea 1 în starea 3;
d) Lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul în transformarea izobară.

R: *b) ΔU = 259 J; c) Q = -650 J; d) L = -900 J*

36. O mașină termică ideală funcționează după un ciclu Carnot reversibil între temperaturile T_1 = 1200 K și T_2 = 300 K, utilizând ca substanță de lucru υ = 5 moli de heliu.

Știind că presiunea gazului la sfârșitul destinderii izoterme este egală cu presiunea gazului la începutul comprimării adiabatice, să se determine:

a) randamentul mașinii termice;

b) căldura primită de la sursa caldă pe parcursul unui ciclu;

c) puterea utilă a mașinii dacă se efectuează 10 cicluri pe secundă;

d) variația energiei interne și a entropiei în procesul de destindere a gazului.

R: a) $\eta = 75\%$; b) Q_1 = 173 kJ; c) P = 1300 W; d) $\Delta U = -56{,}1\,kJ$, $\Delta S = 144{,}2\,J/K$

37. În corpul de pompă al unei mașini termice se găsește aer (γ = 7/5) care la temperatura T_1 = 400 K și presiunea $p_1 = 5 \cdot 10^5\ Pa$ ocupă volumul V_1 = 2l. Gazul suferă o transformare în care temperatura rămâne constantă, ajungând în starea 2, în care volumul este V_2 = 2,5 l, apoi o comprimare în care presiunea rămâne constantă până în starea 3, după care revine în starea inițială, printr-o transformare la volum constant.

a) Reprezentați procesul ciclic descris în coordonate p-T;
b) Calculați căldura schimbată de gaz cu mediul exterior în transformarea 3-1;
c) Calculați variația energiei interne în cursul procesului 1-2-3;
d) Calculați lucrul mecanic efectuat de gaz în cursul procesului 2-3.

R: *b) 500 J; c) ΔU_{31} = -500 J; d) L_{23} = -200 J*

38. Într-o butelie de volum V = 48 l se găsește oxigen molecular, considerat gaz ideal, la presiunea $p = 24 \cdot 10^5\ Pa$ și temperatura t_1 = 15 ^{0}C. Se consumă o fracțiune f = 40% din masa oxigenului pentru o sudură. Considerând temperatura buteliei după efectuarea sudurii rămase t_1, să se determine:

a) Numărul inițial de moli de oxigen din butelie;
b) Masa oxigenului consumat;
c) Presiunea din butelie după efectuarea sudurii;
d) Densitatea oxigenului din butelie după efectuarea sudurii.

R: *a) υ = 48,13 moli; b) m = 616 g; c) $p_2 = 14{,}39 \cdot 10^5\ Pa$; d) ρ = 19,24 kg/m^3*

39. O cantitate υ = 1 mol de gaz ideal evoluează foarte lent astfel încât în orice stare intermediară de echilibru termodinamic, între presiunea și volumul gazului există relația $p = a \cdot V^2$. În starea inițială volumul ocupat de gaz este V_1 = 8,31 l, iar temperatura acestuia are valoarea T_1 = 831 K. Gazul este comprimat până la o presiune $p_2 = p_1/2$. Să se determine:

a) presiunea gazului în starea inițială;

b) valoarea constantei de proporționalitate a;

c) volumul final al gazului;
d) temperatura finală a gazului.

R: *a)* $p_1 = 8{,}31 \cdot 10^5\ N/m^2$; *b)* $a = 1{,}2 \cdot 10^{10}\ Pa/m^6$;
c) $V_2 = 5{,}89\ dm^3$; *d)* $T_2 = 294{,}68\ K$

40. O cantitate de gaz ideal monoatomic ($C_V = 3/2$) având volumul $V_1 = 2$ l și presiunea $p_1 = 300$kPa evoluează după un ciclu termodinamic compus din următoarele procese: proces izobar 1-2 până la $V_2 = 3V_1$, proces izoterm 2-3 până la $p_3 = p_1/2$, proces izobar 3-4 până la $V_4 = V_1$ și proces izocor 4-1 până în starea inițială. Se consideră ln2 = 0,693.
a) reprezentați succesiunea de procese termodinamice în coordonate p-V;
b) calculați variația energiei interne a gazului în procesul 1 – 2;
c) calculați lucrul mecanic efectuat de gaz în procesul 2 – 3;
d) determinați căldura cedată de gaz în cursul ciclului termodinamic.

R: *a)* $\Delta U = 1800\ J$; *b)* $L = 1247{,}4\ J$; *c)* $Q = -3750\ J$

41. O masă m = 64 g de oxigen molecular ($\mu = 32$ g/mol), aflat inițial la temperatura $t_1 = 127\ ^0C$ ocupă volumul $V_1 = 10$ l. Gazul suferă o destindere conform legii $p = aV$, $a > 0$, până la volumul $V_2 = 2V_1$. Din starea 2 gazul este răcit la volum constant până în starea 3 în care presiunea este egală cu cea din starea inițială. Să se determine:
a) numărul de molecule din unitatea de volum în starea 1;
b) presiunea gazului în starea 2;
c) temperatura gazului în starea 2;
d) densitatea gazului în starea 3

R: *a)* $n = 12{,}046 \cdot 10^{25}\ m^{-3}$; *b)* $p_2 = 13{,}3 \cdot 10^5\ Pa$;
c) $T_2 = 1600\ K$; *d)* $\rho = 3{,}2\ kg/m^3$

42. Într-un cilindru orizontal se află în echilibru două gaze ideale diferite separate între ele printr-un piston etanș, foarte subțire, care se poate deplasa fără frecare. Temperatura gazelor este aceeași în ambele compartimente. Primul compartiment conține o masă $m_1 = 0{,}8$ kg de oxigen ($\mu_1 = 32$ g/mol), iar al doilea compartiment conține o masă $m_2 = 0{,}2$ kg de hidrogen ($\mu_2 = 2$ g/mol). Să se calculeze:
a) cantitatea de oxigen din primul compartiment;
b) masa unei molecule de hidrogen;
c) numărul total de molecule din cilindru;
d) raportul volumelor ocupate de cele două gaze.

R: *a)* $\upsilon = 25\ mol$; *b)* $m_0 = 3{,}32 \cdot 10^{-27}\ kg$; *c)* $N = 7{,}52 \cdot 10^{25}$; *d)* $k = 4$

43. O cantitate de gaz ideal biatomic aflată inițial în starea A, în care presiunea este p_A = $8,32\cdot10^5$ Pa și volumul $V_A = 2\cdot10^{-2}\ m^3$ parcurge un proces ciclic format dintr-o destindere izotermă AB, în cursul căreia volumul crește de trei ori, o comprimare izobară BC și o încălzire izocoră CA.

a) reprezentați procesul ciclic parcurs de gaz în sistemul de coordonate p-V;

b) determinați variația energiei interne a gazului în procesul BC;

c) calculați lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul exterior pe parcursul procesului ciclic.

R: *b)* ΔU *= -27,733 kJ; c) L = 7,15 kJ*

44. O mașină termică ideală funcționează după un ciclu Carnot reversibil între temperaturile T_1 = 1200 K și T_2 = 300 K, utilizând ca substanță de lucru υ = 5 moli de heliu.

Știind că presiunea gazului la sfârșitul destinderii izoterme este egală cu presiunea gazului la începutul comprimării adiabatice, să se determine:

a) randamentul mașinii termice;

b) căldura primită de la sursa caldă pe parcursul unui ciclu;

c) puterea utilă a mașinii dacă se efectuează 10 cicluri pe secundă;

d) variația energiei interne și a entropiei în procesul de destindere a gazului.

R: a) $\eta = 75\%$; b) Q_1 = 173 kJ; c) P = 1300 W;
d) $\Delta U = -56,1\,kJ$, $\Delta S = 144,2\,J/K$

45. Un motor termic funcționează după un ciclu Carnot, utilizând ca substanță de lucru υ = 2 moli de gaz biatomic, se cunoaște coeficientul adiabatic $\gamma = 1,4$.

Știind că temperatura sursei calde este T_1 = 600 K, temperatura sursei reci este T_2 = 300 K, iar lucru mecanic efectuat pe parcursul unui ciclu complet este L = 6 kJ, să se calculeze:

a) randamentul motorului, respectiv căldura primită și cea cedată în decursul unui ciclu;

b) variația energiei interne în procesul de destindere adiabatică;

c) raportul de compresie adiabatică ε;

d) variația de entropie a gazului în procesul de destindere.

R: a) $\eta = 50\%$, Q_1 = 12 kJ, Q_2 = 6kJ; b) $\Delta U = -12,46\,kJ$; c) $\varepsilon = 5,65$;
d) $\Delta S = 40\ J/K$

CAPITOLUL IV

OPTICĂ

4.1. Noțiuni de teorie

OPTICĂ GEOMETRICĂ

Optica geometrică studiază legile de propagare a luminii în medii transparente și schimbarea direcției de propagare, pe baza conceptului de rază de lumină.

- *Indicele de refracție absolut (n)* al unui mediu transparent, omogen și izotrop este, prin definiție, raportul dintre viteza de propagare a luminii în vid (c) și viteza de propagare a luminii în mediul respectiv (v).

$$n = \frac{c}{v}$$

- ***PRINCIPIILE OPTICII GEOMETRICE***

1. Principiul propagării rectilinii a luminii

Între două puncte dintr-un mediu transparent, omogen și izotrop, lumina se propagă în linie dreaptă până la întâlnirea unui obstacol sau a unui alt mediul.

2. Principiul reversibilității razelor de lumină

Lumina care se propagă de-a lungul unei raze într-un sens, se propagă de-a lungul aceleiași raze și în sens contrar. Drumul parcurs de o rază de lumină este același, indiferent de sensul în care este parcurs.

3. Principiul independenței fasciculelor de lumină

Razele de lumină se pot intersecta fără a interfera, continuându-și propagarea în mod independent.

4. Principiul lui Fermat

Lumina se propagă între două puncte astfel încât drumul său optic să fie minim.

- ***REFLEXIA LUMINII***

Fenomenul de schimbare a direcției de propagare a luminii la întâlnirea suprafeței de separare între două medii, lumina întorcându-se în mediul din care provine (Fig. 4.1).

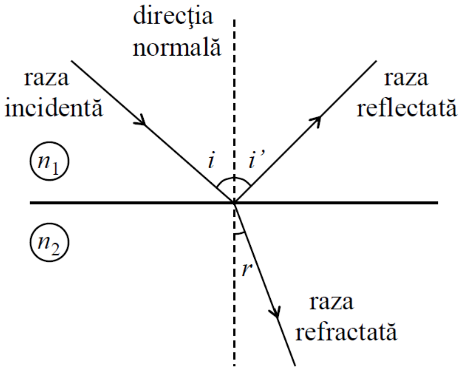


Fig. 4.1. Reflexia și refracția luminii.

- Punctul în care raza incidentă atinge suprafața de separare a mediilor se numește *punct de incidență*.
- *Unghiul de incidență* este unghiul format de raza incidentă cu normala la suprafața de separare în punctul de incidență.
- *Unghiul de reflexie* este unghiul format de raza reflectată cu normala la suprafața de separare în punctul de incidență.

Legile reflexiei

1. Raza incidentă, raza reflectată şi normala la suprafața de separare în punctul de incidență se află în același plan (planul de incidență) / sunt coplanare.
2. Unghiului de reflexie este numeric egal cu unghiul de incidență.

- ***REFRACȚIA LUMINII***

Fenomenul de schimbare a direcției de propagare a luminii atunci când lumina străbate suprafața de separare dintre două medii transparente diferite.

Legile refracției

1. Raza incidentă, raza refractată și normala la suprafața de separare în punctul de incidență se află în același plan (planul de incidență) / sunt coplanare.
2. Raportul dintre sinusul unghiului de incidență și sinusul unghiului de refracție este o constantă pentru o pereche dată de medii transparente, omogene și izotrope (legea Snellius-Descartes).

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

unde n_{21} este indicele de refracție relativ al mediului 2 față de mediul 1.

• PRISMA OPTICĂ

- *Prisma optică* este un mediu transparent, omogen și izotrop mărginit de două suprafețe plane care formează între ele un unghi diedru (unghiul prismei sau unghi refringent).
- *Unghiul de deviație*: $\delta = i + i' - A$
unde i este unghiul de incidență, i' este unghiul de emergență și A este unghiul prismei.
- *Unghiul de deviație minimă*: $\delta_{\min} = 2i - A$
- Indicele de refracție al prismei (n) în acest caz este:

$$n = \frac{\sin\frac{A+\delta_{\min}}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$$

• OGLINZI

Formula oglinzilor: $\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f}$

Mărirea liniară transversală: $\beta = \frac{y_2}{y_1}$

Oglinda plană:
Relațiile fundamentale ale oglinzii plane se pot scrie astfel:

$$-x_1 = x_2$$

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} = 1$$

Oglinda plană este un dispozitiv afocal, $f \to \infty$.

• LENTILE

- *Lentila* este un mediu optic transparent, omogen și izotrop, mărginit de două suprafețe (dioptri) sferice sau de o suprafață sferică și una plană.
- *Lentilele convergente* (pozitive) transformă un fascicul paralel de raze într-un fascicul convergent. Ele sunt mai groase la mijloc și mai subțiri la margini.

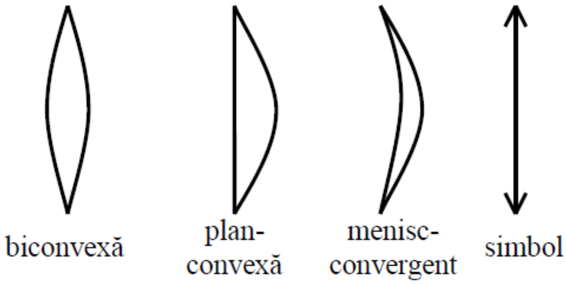


Fig. 4.2. Simbolurile lentilelor convergente.

- *Lentilele divergente* (negative) transformă un fascicul paralel de raze într-un fascicul divergent. Ele sunt mai groase la margini și mai subțiri la mijloc.

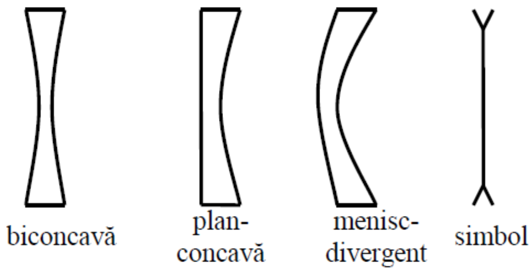


Fig. 4.3. Simbolurile lentilelor divergente.

Formula lentilelor: $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}$

Mărirea liniară transversală: $\beta=\frac{y_2}{y_1}$

Convergența: $C=\frac{1}{f}$

OPTICĂ ONDULATORIE

Optica ondulatorie studiază fenomene care se explică pe baza caracterului ondulatoriu al radiației luminoase. Fenomene care confirmă teoria ondulatorie: dispersia, difracția, interferența și polarizarea luminii.

Dispersia luminii reprezintă fenomenul de variație a indicelui de refracție a unei substanțe în funcție de lungimea de undă a luminii.

Interferența reprezintă suprapunerea/compunerea în același punct din spațiu a două dau mai multe unde luminoase. Rezultatul interferenței este dat de intensitatea luminoasă în punctul respectiv.

- **DISPOZITIVUL YOUNG**

Dispozitivul este format din:

- O sursă luminoasă monocromatică S;
- Paravan opac în care sunt practicate două fante înguste, dreptunghiulare, paralele între ele F_1 și F_2, simetrice față de axa de simetrie a dispozitivului;
- Ecran.

Punctele de pe frontul de undă din dreptul fantelor emit noi unde secundare care sunt coerente deoarece provin de la aceeași sursă. Cele două fante pot fi considerate două surse S_1 și S_2 de unde coerente,

Distanța dintre cele două fante se notează cu $2l$, iar distanța de la paravan la ecran cu D.

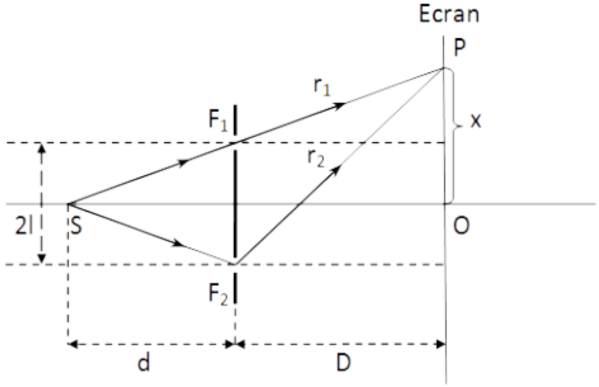


Fig. 4.4. Dispozitiv Young.

x - distanța de la axa de simetrie a ecranului la punctul de interferență
Δr - diferența de drum geometric a celor două unde coerente

Poziția franjelor luminoase: $x_{\max} = \dfrac{k\lambda D}{2l}$

Poziția franjelor întunecate: $x_{\min} = \dfrac{(2k+1)\lambda D}{2 \cdot 2l}$

unde k reprezintă ordinul de interferență, $k \in \mathbb{Z}$.

Interfranja i este distanța dintre două maxime sau minime de interferență succesive $i = \dfrac{\lambda D}{2l}$.

Difracția luminii reprezintă fenomenul de abatere de la direcția de propagare și de ocolire aparentă de către lumină a obstacolelor mici, ale căror dimensiuni sunt comparabile ca ordin de mărime cu lungimea de undă. Fenomenul este însoțit de apariția unor maxime și minime la limita de separare dintre lumină și umbra geometrică. Fenomenul este dificil de observat datorită lungimii de undă mici a luminii.

Rețeaua de difracție este formată dintr-o serie de fante dreptunghiulare, înguste, paralele, echidistante, separate de spații opace.

N - număr de fante

L - lungimea rețelei

$n = \frac{N}{L}$ - număr de fante/trăsături pe unitatea de lungime a rețelei

$l = \frac{L}{N}$ - constanta rețelei – distanța dintre două fante succesive

La trecerea luminii prin rețeaua de difracție are loc o suprapunere a două fenomene: difracția luminii prin fiecare fantă din cele N ale a rețelei și interferența undelor luminoase difractate ce provin de la cele N fante.

Determinarea lungimii de undă folosind rețeaua de difracție: $\lambda = \frac{xl}{fk}$

unde f este distanța focală a lentilei, x este distanța, măsurată pe ecran, de la maximul central la maximul de ordin k, k este ordinul maximului de difracție.

OPTICĂ FOTONICĂ

Optica fotonică reprezintă o ramură a opticii în care sunt studiate efectul fotoelectric și alte efecte care scot în evidență aspectul corpuscular, fotonic al undelor electromagnetice.

Efectul fotoelectric extern este fenomenul de scoatere a electronilor dintr-un material cu ajutorul radiației electromagnetice.

- **Legile efectului fotoelectric extern:**
  1. Intensitatea curentului fotoelectric de saturație este direct proporțional cu fluxul radiațiilor electromagnetice incidente, când frecvența este constantă.
  2. Energia cinetică a fotoelectronilor emiși este direct proporțională cu frecvența radiațiilor electromagnetice și nu depinde de fluxul acestora.
  3. Există o frecvență minimă, specifică fiecărei substanțe, numită frecvență de prag, sau prag roșu, pentru care efectul nu se mai produce.
  4. Efectul fotoelectric extern se produce practic instantaneu.

- **Ipotezele teoriei cuantice:**

  1. Ipoteza lui Planck

  Energia unei particule este constituită din pachete de energie, numite cuante de energie. Deoarece fiecărei particule i se poate atașa o lungime de undă, numită lungime de undă atașată, sau lungime de undă de Broglie, valoarea acestei cuante este proporțională cu frecvența undei.

  2. Ipoteza lui Einstein

  Lumina este alcătuită din particule numite fotoni.

  - Viteza fotonului este egală cu viteza luminii: $c = 3 \cdot 10^8\ m/s$.
  - Fotonul are masă, dar numai de mișcare, conform teoriei relativității restrânse masa de repaus a fotonului este $m_0 = 0$.
  - Energia fotonului este $\varepsilon = h\nu$, unde $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$ este constanta lui Planck.
  - Impulsul fotonului este $p = mc = \dfrac{h\nu}{c} = \dfrac{h}{\lambda}$.

  Ecuația lui Einstein: $h\nu = L + E_c$.

  Relația exprimă legea conservării energiei în procesul de ciocnire plastică dintre un foton și un electron legat.

4.2. Probleme propuse

1. Un obiect de 3 cm se află în fața unei oglinzi concave cu raza $R = -50cm$ la 100 cm de aceasta. Aflați:

   a) poziție imaginii;

   b) înălțimea imaginii;

   c) construiți grafic imaginea obiectului.

   R: a) $x_2 = -20cm$; b) $y_2 = 0{,}6cm$.

2. O oglindă concavă are raza de curbură $R = -50cm$. Aflați distanța la care trebuie plasat un obiect care are înălțimea $y_1 = 2cm$ pentru a obține imaginea la $x_2 = 2R$. Care este mărimea imaginii? Construiți grafic imaginea obiectului.

   R: $x_1 = -33{,}3cm$; $y_2 = 6cm$.

3. În fața unei oglinzi concave de rază $R = -80cm$ se află un obiect cu $y_1 = 3cm$ la distanța de 30cm. Aflați poziția imaginii, mărimea imaginii și mărirea transversală. Construiți grafic imaginea obiectului.

   R: $x_2 = 1{,}2m$; $y_2 = 12cm$; $\beta = 4$.

4. Imaginea unui obiect cu $y_1 = 4cm$ se formează pe un ecran aflat la 60cm de o oglindă concavă cu distanța focală 40cm. Unde trebuie plasat obiectul față de oglindă? Care este mărimea imaginii? Construiți grafic imaginea obiectului.

R: $x_1 = -120cm$; $y_2 = -2cm$.

5. În fața unei oglinzi concave cu raza de curbură $R = -60cm$ se află un obiect la distanța $x_1 = -80cm$. Să se determine:

a) poziția imaginii;

b) cu cât se deplasează imaginea dacă obiectul se apropie de oglindă cu $\Delta x = 20cm$?

R: a) $x_2 = -48cm$; b) $\Delta x_2 = -12cm$.

6. Un obiect cu $y_1 = 6cm$ se află la 15cm în fața unei oglinzi convexe cu raza de 40cm. Determinați poziția imaginii, mărimea acesteia și distanța obiect-imagine. Construiți grafic imaginea obiectului.

R: $x_2 = 60cm$; $y_2 = -24cm$; $d = 75cm$.

7. Un obiect cu înălțimea de 4cm se află la 25cm de o oglindă convexă cu distanța focală de 15cm. Unde se formează imaginea și care este mărimea ei? Construiți grafic imaginea obiectului.

R: $x_2 = 37,5cm$; $y_2 = -6cm$.

8. Un obiect cu înălțimea de 4cm este așezat la 8cm de o oglindă convexă care are $R = 18cm$. Determinați poziție imaginii, mărimea ei și distanța la care se formează față de obiect. Construiți grafic imaginea obiectului.

R: $x_2 = 4,24cm$; $y_2 = -2,12cm$; $d = 3,76cm$.

9. La ce distanță se află un obiect de o oglindă convexă, dacă imaginea sa se formează la 25cm de aceasta, iar raza oglinzii este $R = 40cm$?

R: $x_1 = -100cm$.

10. Raza de curbură a unei oglinzi convexe este $R = 60cm$. La ce distanță se găsește un obiect dacă imaginea lui se vede la 15cm de oglindă? De câte ori este mai mare obiectul decât imaginea lui?

R: $x_1 = -30cm$; de 2 ori.

11. O rază de lumină cade perpendicular pe o față a unei prisme și iese prin cealaltă față deviată cu unghiul $\delta = 60°$. Aflați unghiul prismei dacă materialul din care este făcută are indicele de refracție $n = 2$.

R: $A = 30°$.

12. O prismă cu $n = 2$ are unghiul de deviație minim egal cu unghiul de refringență. Aflați valoarea acestui unghi.

R: $A = 60°$.

13. Care este indicele de refracție al unei prisme optice dacă deviația minimă este egală cu jumătate din unghiul prismei, $A = 60°$.

R: $n = \sqrt{2}$.

14. Secțiunea unei prisme este un triunghi echilateral. Unghiul de incidență este egal cu cel de emergență având valoarea de $45°$. Aflați indicele de refracție al materialului prismei.

R: $n = \sqrt{2}$.

15. O rază de lumină cade normal pe o față a prismei cu unghiul $A = 30°$ și emerge, fiind deviată cu $\delta = 30°$. Aflați indicele de refracție.

R: $n = \sqrt{3}$.

16. O rază de lumină cade sub unghiul $i = 30°$ pe suprafața de separare dintre două medii cu indicii de refracție $n_1 = 2$ și $n_2 = \sqrt{2}$. Aflați unghiul dintre raza refractată și reflectată.

R: $\alpha = 105°$.

17. La trecerea din aer într-un mediu cu indicele de refracție $n = 2$ raza refractată este perpendiculară pe cea reflectată. Cât este unghiul de incidență?

R: $i \cong 53{,}13°$.

18. O rază de lumină cade sub $i = 30°$ pe suprafața de separare a două medii cu $n_1 = 2{,}4$ respectiv n_2 necunoscut. Dacă razele reflectată și refractată sunt perpendiculare, aflați n_2.

R: $n_2 = 1{,}387$.

19. O rază de lumină cade sub unghiul $\alpha = 30°$ față de suprafața unui lichid și este deviată cu $15°$. Aflați n_{lichid}.

R: $n_{lichid} = 1,22$.

20. Aflați unghiul de refracție r în figura următoare (Fig. 4.5).

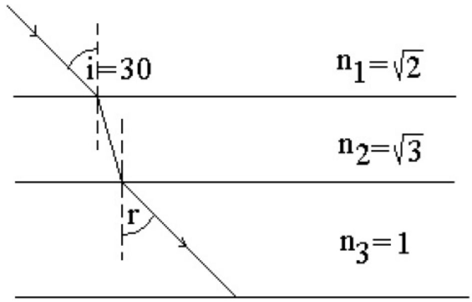


Fig. 4.5. Figura corespunzătoare problemei 20.

R: $r = 45°$.

21. În fața unei lentile convergente cu $f = 25cm$ se așează, perpendicular pe axa optică principală, un obiect de înălțime $y_1 = 4cm$. Poziția obiectului este dară de coordonata acestuia față de lentilă, $x_1 = -50cm$.

a) Determinați distanța dintre lentilă și imaginea obiectului.

b) Determinați valoarea măririi liniare transversale β.

c) Calculați înălțimea imaginii obiectului.

d) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

R: a) $x_2 = 50cm$; b) $\beta = -1$; c) $y_2 = -4cm$.

22. La distanța de $8cm$ în fața unei lentile având $f = 16cm$ se așează, perpendicular pe axa optică principală, un obiect de înălțime $y_1 = 2cm$.

a) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

b) Determinați distanța dintre lentilă și imaginea formată.

c) Calculați înălțimea imaginii.

d) Determinați mărirea liniară transversală.

R: b) $x_2 = -16cm$; c) $y_2 = 4cm$; d) $\beta = 2$.

23. Imaginea virtuală a unui obiect liniar, plasat perpendicular pe axa optică principală a unei lentile convergente având distanța focală $f = 25cm$, se formează la distanța de $75cm$ de lentilă. Înălțimea obiectului este $y_1 = 1cm$.

a) Determinați distanța dintre obiect și lentilă.

b) Calculați înălțimea imaginii.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

R: a) $x_1 = -18,75cm$; b) $y_2 = 4cm$.

24. O lentilă convergentă formează imaginea reală a unui obiect liniar plasat în fața ei, perpendicular pe axa optică principală. Distanța focală a lentilei este $f = 20cm$ iar obiectul se află la $0,6m$ în fața lentilei.

a) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

b) Calculați coordonata imaginii față de lentilă.

c) Determinați raportul dintre înălțimea imaginii și cea a obiectului dacă acesta este adus la $0,1m$ în fața lentilei.

R: b) $x_2 = 30cm$; c) $\beta = 2$.

25. În fața unei lentile convergente cu distanța focală de $6cm$ se găsește un obiect cu înălțimea de $2cm$ la distanța de $4cm$ față de lentilă.

a) Calculați coordonata imaginii față de lentilă.

b) Determinați mărimea imaginii.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

R: a) $x_2 = -12cm$; b) $y_2 = 6cm$.

26. Imaginea unui obiect liniar situat perpendicular pe axul optic principal al unei lentile subțiri, este răsturnată și de două ori mai mare decât obiectul. Distanța dintre obiect și imaginea sa este $d = 45cm$.

a) Determinați poziția obiectului în raport cu lentila.

b) Calculați distanța focală a lentilei.

c) Construiți imaginea obiectului prin lentilă.

R: a) $x_1 = -15cm$; b) $f = 10cm$.

27. În fața unei lentile divergente cu distanța focală de $8cm$ se găsește un obiect cu înălțimea de $6cm$ la distanța de $12cm$ față de lentilă.

a) Calculați coordonata imaginii față de lentilă.

b) Determinați mărimea imaginii.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

R: a) $x_2 = -4,8cm$; b) $y_2 = 2,4cm$.

28. O lentilă divergentă formează o imagine virtuală a unui obiect care se vede la $36cm$ de lentilă. Distanța focală a lentilei fiind $40cm$, să se determine:

a) distanța dintre obiect și imagine;

b) mărirea liniară.

R: a) $d = 3,24m$; b) $\beta = 0,1$.

29. Distanța focală a unei lentile divergente este de $40cm$. Imaginea virtuală a unui obiect real are înălțimea egală cu jumătate din înălțimea obiectului.

a) Calculați valoarea măririi liniare transversale.

b) Calculați distanța la care trebuie așezat obiectul în fața lentilei.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

d) Calculați distanța dintre imagine și lentilă.

R: a) $\beta = 0,5$; b) $x_1 = -40cm$; d) $x_2 = -20cm$.

30. Un obiect liniar este așezat în fața unei lentile subțiri, perpendicular pe axul optic principal, la $50cm$ de lentilă. Un observator, privind prin lentilă, vede imaginea virtuală a obiectului, de trei ori mai mică decât acesta. Determinați distanța focală a lentilei.

R: $f = -25cm$.

31. Un dispozitiv Young are $2l = 1mm$, $D = 2m$. Pe ecran se numără $N = 20$ de franje luminoase pe $\Delta x = 2,2cm$. Aflați:

a) interfranja și lungimea de undă;

b) raportul dintre intensitatea I a punctului situat la $x = 2,75mm$ de axa de simetrie și intensitatea I_0 care se obține în punctul respectiv pe ecran după înlăturarea fantelor.

R: a) $i = 1,1mm$, $\lambda = 550nm$;

b) în acel punct este minim de interferență, $I/I_0 = 0$.

32. Un dispozitiv Young situat în aer având $2l = 0,2mm$ și $D = 2m$ produce pe ecran primul minim la $x = 2,75mm$ de axa de simetrie a dispozitivului. Aflați:

a) lungimea de undă;

b) distanța dintre maximul central și al cincilea minim.

R: a) $550nm$; b) $24,75mm$.

33. Dacă în fața unei fante a dispozitivului Young se așează o lamelă cu $n = 1,55$, în punctul central se formează franja luminoasă de ordinul 7. Radiația folosită are $\lambda = 550nm$. Aflați:

a) grosimea lamelei;

b) interfranja, dacă distanța dintre al doilea minim și maximul de ordinul 4 este $\Delta x = 2,5mm$.

R: a) $7\mu m$; b) $1mm$.

34. Se realizează un dispozitiv Young care are $2l = 0,5mm$, $D = 2,5m$ și se utilizează două radiații cu $\lambda_1 = 500nm$, respectiv $\lambda_2 = 600nm$. Aflați distanța față de axa de simetrie a locului în care se realizează pentru prima dată suprapunerea:

a) maximelor luminoase corespunzătoare celor două lungimi de undă;

b) minimelor corespunzătoare celor două lungimi de undă;

c) maximul primei radiații cu minimul celei de a doua;

d) minimul primei radiații cu maximul celei de a doua.

R: a) $15mm$; b) nu există; c) $7,5mm$; d) nu există.

35. O sursă S care emite o radiație cu $\lambda = 500nm$ se plasează la distanța $d = 50cm$ de planul fantelor unui dispozitiv Young pe axa de simetrie. Dacă ecranul se plasează la $D = 2m$ de planul fantelor se obține o figură de interferență cu interfranja $i = 1mm$. Aflați:

a) distanța dintre fante;

b) poziția maximului central dacă sursa se deplasează în sus cu $y = 1cm$, paralel cu planul fantelor.

R: a) $1mm$; b) $4cm$.

36. O rețea cu constanta $l = 2,5\mu m$ este iluminată sub un unghi de incidență i cu $\lambda = 650nm$. Maximul de ordin al doilea se formează sub unghiul $\varphi = i$. Aflați:

a) unghiul de incidență;

b) numărul total de maxime.

R: a) $i = 15°$; b) $N = 7$.

37. O rețea de difracție are 2000 trăsături pe centimetru. Lumina cu $\lambda = 500nm$ cade perpendicular pe această rețea, iar figura se observă pe un ecran aflat în planul focal al unei lentile cu $f = 50cm$. Aflați distanța dintre maximele de ordinul 1 de o parte și de alta a maximului central de difracție.

R: 10 cm.

38. O lentilă cu convergența $C = 1\delta$ proiectează figura de difracție dată de o rețea, luminată normal cu $\lambda = 480nm$, pe un ecran aflat în planul focal al lentilei. Distanța dintre maximele de ordin 2 este $\Delta x = 16cm$. Aflați:

a) constanta rețelei;

b) numărul total de maxime.

R: a) $l = 1,2 \cdot 10^{-5} m$; b) $N = 51$.

39. O rețea cu 2000 de zgârieturi pe o lungime de $1cm$ este iluminată normal cu o radiație monocromatică. Folosind o lentilă cu convergența $C = 1\delta$, maximul de ordinul întâi se află la distanța de $8cm$ de axa de simetrie. Să se determine:

a) lungimea de undă a luminii incidente;

b) lățimea maximului de ordinul întâi dacă rețeaua este iluminată normal cu lumină albă $\left(\lambda \in [400;700]nm\right)$.

R: a) $400nm$; b) $6cm$.

40. Vaporii de sodiu emit radiații de culoare galbenă având lungimea de undă $\lambda_1 = 589nm$, respectiv $\lambda_2 = 589,6nm$. Această radiație este studiată cu rețea optică. O lentilă cu convergența $C = 2\delta$ proiectează imaginea pe un ecran pe care se pot distinge două maxime dacă distanța dintre centrele lor este de cel puțin $0,5mm$. Calculați constanta rețelei dacă această condiție se realizează pentru maximul de ordinul doi.

R: $4,8\mu m$.

41. Frecvența de prag pentru un metal este $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14} Hz$. Știind că frecvența radiației incidente este $\nu = 9 \cdot 10^{14} Hz$, să se calculeze:

a) viteza maximă a fotoelectronilor extrași;

b) lucrul mecanic de extracție;

c) tensiunea cu care se poate anula fotocurentul.

R: a) $v_{max} = 6,6 \cdot 10^5 m/s$; b) $L = 2,43eV$; c) $U_S = 1,242V$.

42. O radiație luminoasă care cade pe o placă metalică produce efect fotoelectric. Energia unuia dintre fotonii radiației incidente este $3,6\cdot10^{-19}J$, iar energia cinetică maximă a unui fotoelectron emis are valoarea $8\cdot10^{-20}J$. Determinați:

a) frecvența radiației incidente pe placă;

b) numărul de fotoelectroni pe care ar trebui să îi emită placa timp de $1s$ pentru ca aceștia să genereze un curent electric cu intensitatea de $1mA$.

c) lucrul mecanic de extracție a electronilor din metal;

d) lungimea de undă de prag caracteristică metalului din care este făcută placa.

R: a) $5,45\cdot10^{14}Hz$; b) $6,25\cdot10^{15}\ electroni/s$; c) $2,8\cdot10^{-19}J$; d) $707nm$.

43. Catodul de litiu (Li) al unei celule fotoelectrice este iradiat cu un fascicul de radiații electromagnetice de frecvență $\nu=6\cdot10^{14}Hz$. Lungimea de undă de prag pentru Li are valoarea $\lambda_0=522nm$. Calculați:

a) valoarea frecvenței de prag pentru litiu;

b) lungimea de undă λ a radiațiilor incidente;

c) valoarea L a lucrului de extracție pentru litiu;

d) viteza maximă a fotoelectronilor emiși, $v_{\max}$.

R: a) $\nu_0=5,75\cdot10^{14}Hz$; b) $\lambda=500nm$; c) $L=2,38eV$;
d) $v_{\max}=1,88\cdot10^5\ m/s$.

44. Lungimea de undă de prag a efectului fotoelectric pentru o fotodiodă cu Cs este $\lambda_0=0,60\mu m$. Trimitem pe fotocatodul celulei un fascicul de lumină monocromatică având lungimea de undă $\lambda=0,50\mu m$. Determinați:

a) valoarea frecvenței radiațiilor incidente;

b) energia cinetică maximă a fotoelectronilor emiși sub acțiunea radiației cu lungimea de undă λ;

c) viteza maximă a fotoelectronilor emiși;

d) tensiunea de stopare.

R: a) $\nu=6\cdot10^{14}Hz$; b) $E_{c,\max}=0,672\cdot10^{-19}J$;
c) $v_{\max}\cong3,9\cdot10^5\ m/s$; d) $U_S=0,42V$.

45. Pentru a studia legile efectului fotoelectric extern, trasăm caracteristica $I-U$ a unei celule fotoelectrice al cărei catod este iluminat având

lungimea de undă $600nm$; tensiunea de stopare este, în valoare absolută, $0,2V$, iar intensitatea curentului de saturație este $20\mu A$.

a) Calculați energia cinetică maximă a fotoelectronilor emiși sub acțiunea acestei radiații.

b) Calculați numărul fotoelectronilor emiși de catod în unitatea de timp.

c) Determinați lucrul de extracție a fotoelectronilor din catod.

d) Reprezentați grafic, calitativ, dependența intensității curentului de saturație de fluxul radiațiilor incidente.

R: a) $E_{c,\max} = 0,32 \cdot 10^{-15} J$;
b) $\Delta N/\Delta t = 1,25 \cdot 10^{14}$; c) $L = 1,9eV$.

46. Pragul roșu al unui metal este $\lambda_0 = 400nm$. Pe catodul unei celule fotoelectrice, confecționat din acest metal cade un flux de fotoni cu energia $\varepsilon_f = 6,6 \cdot 10^{-19} J$. Determinați:

a) lucrul mecanic de extracție a unui electron din metal;

b) lungimea de undă a radiației incidente pe catod;

c) energia cinetică maximă a fotoelectronilor emiși;

d) viteza maximă a fotoelectronilor extrași din metal.

R: a) $L = 4,95 \cdot 10^{-19} J$; b) $\lambda = 3 \cdot 10^{-7} m$;
c) $E_{c,\max} = 1,65 \cdot 10^{-19} J$; d) $v_{\max} = 0,6 \cdot 10^6 m/s$.

47. Suprafața unui fotocatod este iluminată cu un fascicul monocromatic, având lungimea de undă $\lambda = 500nm$. Electronii extrași au viteza maximă $v = 5 \cdot 10^2 km/s$. Determinați:

a) energia cinetică maximă a fotoelectronilor emiși de fotocatod;

b) lucrul mecanic de extracție;

c) valoarea frecvenței de prag;

d) viteza maximă a electronilor emiși de fotocatod, dacă acesta este iluminat cu un fascicul a cărui frecvență are valoarea de două ori mai mare decât valoarea frecvenței de prag.

R: a) $E_{c,\max} = 1,13 \cdot 10^{-19} J$; b) $L_{ext} = 2,83 \cdot 10^{-19} J$; c) $\nu_0 = 4,3 \cdot 10^{14} Hz$;
d) $v'_{\max} = 7,9 \cdot 10^5 m/s$.

48. Pe catodul unei celule fotoelectrice cade un flux de fotoni, fiecare foton având energia $\varepsilon = 5,28 \cdot 10^{-19} J$. Lucrul mecanic de extracție a fotoelectronilor din catod este $L_{ext} = 3,68 \cdot 10^{-19} J$. Determinați:

a) lungimea de undă a fotonului incident;
b) energia cinetică maximă a fotoelectronilor emiși de catod;
c) valoarea tensiunii de stopare ce trebuie aplicată pe celulă, pentru anularea curentului anodic;
d) frecvența de prag caracteristică metalului din care este confecționat catodul.

R: a) $\lambda \cong 375nm$; b) $E_{c,\max} = 1,6 \cdot 10^{-19} J$; c) $U_S \cong 1V$; d) $\nu_0 \cong 5,57 \cdot 10^{14} Hz$.

49. Pentru stoparea fotoelectronilor emiși de un metal sub acțiunea radiației incidente cu lungime de undă $\lambda_1 = 200nm$ este necesară o tensiune de frânare egală cu $U_1 = 3,5V$. Determinați:
a) lucrul mecanic de extracție;
b) frecvența de prag;
c) viteza maximă a fotoelectronilor;
d) reprezentați grafic dependența energiei cinetice maxime a fotoelectronilor emiși de frecvența radiației incidente.

R: a) $L_{ext} = 4,32 \cdot 10^{-19} J$; b) $\nu_0 = 6,54 \cdot 10^{14} Hz$; c) $v_{\max} = 1,1 \cdot 10^6 m/s$.

50. Catodul unei celule fotoelectrice este confecționat din aluminiu, pentru care lungimea de undă de prag are valoarea $\lambda_0 = 332nm$. Pe acest catod cade o radiație având lungimea de undă $\lambda = 260nm$. Determinați:
a) lucrul mecanic de extracție pentru aluminiu;
b) energia cinetică maximă a fotoelectronilor emiși;
c) tensiunea de stopare;
d) intensitatea curentului fotoelectric dacă radiația incidentă are puterea $P = 2mW$. Se consideră că fiecare foton emite un electron iar la conducție participă o fracțiune $f = 80\%$ din electronii emiși de catod.

R: a) $L_{ext} = 5,96 \cdot 10^{-19} J$; b) $E_{c,\max} \cong 1,65 \cdot 10^{-19} J$; c) $U_S = 1V$; d) $I \cong 0,34mA$.

CAPITOLUL V

ELECTRICITATE

5.1. Noțiuni de teorie

A. ELECTROSTATICĂ

a) Legea lui Coulomb. Câmpul electric

Două corpuri punctiforme, electrizate cu sarcinile electrice q_1 și q_2, aflate la distanța r una de alta, interacționează cu o forță $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$, unde ε_0= 8.85 10^{-12} C^2/Nm^2 este permitivitatea dielectrică a vidului, iar $\varepsilon_r = \varepsilon / \varepsilon_0$ este permitivitatea dielectrică relativă a mediului.

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$ - Forța coulombiană

b) Intensitatea câmpului electric creat de o sarcină electrică Q la distanța r de ea este, în modul:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

c) Potențialul electric

O sarcină electrică Q crează un câmp electric al cărui potențial într-un punct situat la distanța r este: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q}{r}$. Potențialul electric V are aceeași valoare în toate punctele situate pe o sferă de rază r. Diferența de potențial electric este: $U = V_2 - V_1$. Lucrul mecanic efectuat asupra unei sarcini electrice q pentru a o deplasa din punctul A (r_1- distanța inițială față de sarcina Q) în punctul B (r_2- distanța finală față de Q) este:

$$L = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \left(\frac{Q}{r_1} - \frac{Q}{r_2} \right) = qU$$

d) Capacitatea electrică:

- pentru un corp izolat: $C = \frac{q}{V}$
- pentru un corp neizolat: $C = \frac{q}{U}$
- pentru un condensator plan: $C = \frac{\varepsilon S}{d}$
- pentru un condensator sferic: $C = \frac{4\pi\varepsilon}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$
- gruparea serie a condensatoarelor: $\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$
- gruparea paralel a condensatoarelor: $C = \sum_i C_i$

e) Energia electrostatică a unui condensator:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

B. CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

Legea conducției electrice (Legea lui Ohm)

- **Legea lui Ohm pe o porțiune de circuit**

Conform Legii lui Ohm, intensitatea curentului electric care trece printr-o porțiune de circuit, este direct proporțională cu tensiunea aplicată la capetele porțiunii de circuit și invers proporțională cu rezistența acelei porțiuni de circuit.

Astfel:

$I = U/R$ - raportul dintre tensiunea U aplicată la bornele sursei și intensitatea I a curentului care circulă prin circuit.

I = intensitatea curentului este exprimată în amperi (A)

U = tensiunea este exprimată în volți (V)

R = rezistența este exprimată în ohmi (Ω)

Cu alte cuvinte, Legea lui Ohm demonstrează cum tensiunea, curentul si rezistența electrică într-un circuit se influențează reciproc.

Altfel spus, dacă tensiunea de alimentare a unui circuit cu o anumită valoare a rezistenței electrice, crește; atunci și intensitatea curentului electric ce trece prin acel circuit crește, sau dacă tensiunea scade, atunci și intensitatea curentului electric scade.

- **Legea lui Ohm pe întreg circuitul**

Pentru un circuit electric simplu, format dintr-un generator cu *tensiunea electromotoare* E şi *rezistenţa internă* r, care alimentează un consumator electric R, se poate scrie relația: $E=U+u$

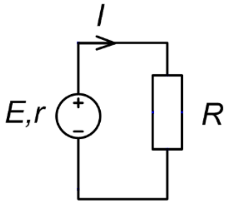


Fig. 5.1. Schema electrică a unui circuit simplu.

Aplicând legea lui Ohm pe fiecare porțiune de circuit: $U=R\cdot I$ şi $u=r\cdot I$ şi după înlocuiri se obține:

$$E=I\cdot(R+r)$$

Intensitatea curentului electric, printr-un circuit electric închis, este direct proporțională cu tensiunea electromotoare E a sursei şi invers proporțională cu rezistența electrică totală a circuitului.

Tensiunea la bornele sursei, în circuit închis, este:

$$U=E-r\cdot I$$

Pentru un *circuit deschis* (întrerupt), curentul electric este nul, deci:

$$U=E$$

Pentru *scurtcircuit*, rezistența exterioară devine nulă, iar curentul este:

$$I_{sc}=E/r$$

Curentul de scurtcircuit este curentul maxim pe care îl poate furniza un generator electric.

- **Rezistorul ideal**

Rezistorul ideal se caracterizează prin parametrul rezistență electrică R, având unitatea de măsură [Ω] – *Ohm.*

Între curentul prin rezistor şi tensiunea la bornele acestuia se scrie relația:

$$u = u_R = R\cdot i;$$

u_R se numeşte şi cădere de tensiune rezistivă.

Inversul rezistenţei se numeşte *conductanţă*, $G = 1/R$ şi are unitatea de măsură [S] – *Siemens*.

Rezistența electrică, este mărimea fizică prin care se exprimă proprietatea unui conductor electric de a se opune trecerii prin el a curentului electric.

Pentru un conductor, valoarea rezistenței este :

$$R = \rho \cdot l/S,$$

unde:

ρ - este rezistivitatea materialului din care este făcut conductorul, măsurată în ohm/metru

l - este lungimea conductorului, măsurată în metri

S - este secțiunea transversală a conductorului, măsurată în m^2

Rezistivitatea electrică depinde de temperatura conductorului, iar modul cum variază rezistivitatea electrică în funcție de temperatură se poate determina folosind următoarea relație:

$$\rho = \rho_0(1+\alpha t),$$

unde:

t - este temperatura materialului

ρ - este rezistivitatea materialului la temperatura t, numită și rezistența specifică a materialului;

ρ_0 - este rezistivitatea materialului la 0°C;

α - este coeficientul de variație a rezistentei cu temperatura (specific fiecărui material și reprezintă variația rezistenței de un ohm a conductorului respectiv la o creștere a temperaturii sale cu 1°C).

Rezistența electrică depinde și ea de temperatură: $R=R_0(1+\alpha t)$.

- **Conectarea rezistoarelor. Rezistența echivalentă**

Un circuit pasiv poate fi înlocuit cu un singur rezistor care să aibă aceeași comportare față de borne. Rezistența acestui rezistor se numește rezistența echivalentă Re.

1. **Conectarea serie**

Două sau mai multe rezistoare sunt legate în serie dacă au câte o bornă comună și prin ele trece acelaşi curent electric I. (Fig.5.2)

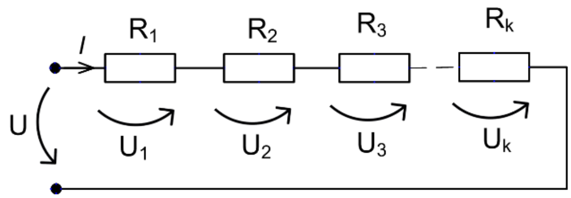


Fig. 5.2. Conectarea în serie a rezistoarelor.

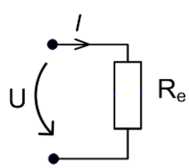


Fig. 5.3. Rezistența echivalentă.

Rezistenţa echivalentă serie este suma rezistenţelor (Fig. 5.3), astfel avem următoarea relație de legătură:

$$R_e=R_1+R_2+R_3+\ldots+R_k$$

2. Conectarea paralel

Două sau mai multe rezistoare sunt legate în paralel dacă au aceleași două borne comune, adică au aceeași tensiune, dar intensitatea curentului electric este diferită (Fig. 5.4).

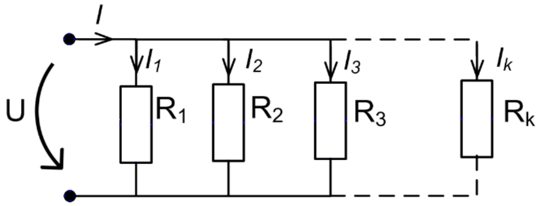


Fig. 5.4. Conectarea în paralel a rezistoarelor.

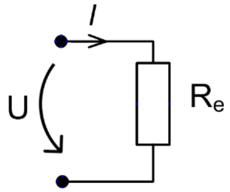


Fig. 5.5. Rezistența echivalentă.

Rezistenţa echivalentă paralel (Fig.5.5), are următoarea relație de legătură:

$$\frac{1}{R_e}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\ldots+\frac{1}{R_k}$$

- **Conectarea surselor. Rezistența echivalentă**

1. **Conectarea serie:** $n\cdot E_k=E,\ n\cdot r_k=r$
2. **Conectarea paralel:** $E_k=E,\ \dfrac{r_k}{n}=r$
3. **Conectare mixtă:** $n\cdot E_k=E,\ \dfrac{n}{m}\cdot r_k=r$

f) ***Energia Joule:*** $W=UIt=I^2Rt=\dfrac{U^2}{R}t$, $[W]_{SI}=1\,Joule$

g) ***Puterea electrică:***

- ***Puterea exterioară –*** disipată pe un rezistor sau pe un circuit simplu:

$$P_{ext} = U \cdot I = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

$$P_{ext} = R_e \cdot \left(\frac{E}{R_e + r} \right)^2 \qquad [P]_{SI} = 1\,Watt$$

- ***Puterea interioară*** **–** disipată sau consumată de sursă:
  $P_{\text{int}} = u \cdot I = r \cdot I^2$
- ***Puterea generată de sursă:***
  $P_{gen} = E \cdot I = (R + r) \cdot I$

  $P_{gen} = P_{ext} + P_{\text{int}}$

h) Randamentul unei surse:

$$\eta = \frac{P_{ext}}{P_{gen}} = \frac{U}{E} = \frac{R_e}{R_e + r}$$

- **Rețea electrică (circuit electric)**

Prin circuit electric se înțelege un ansamblu de medii parcurse de curenți. Un circuit electric este alcătuit din elemente componente care pot fi active (surse de energie) și pasive (rezistorul, bobina, condensatorul).

Un astfel de ansamblu format din surse și receptori care sunt legați prin conductori, formează așa numita rețea electrică. Dacă sursele au tensiunile electromotoare constante în timp, rețeaua se va afla în regim staționar.

Pentru a analiza circuitele electrice se operează cu elemente ideale de circuit precum: rezistorul ideal, condensatorul ideal şi bobina ideală.

Acestea sunt elemente pasive de circuit caracterizate prin faptul că, de-a lungul lor, tensiunea câmpului imprimat este nulă

i) Teoremele lui Kirchhoff

În realitate, circuitele electrice sunt mult mai complicate, cu multe ramificații, numite rețele electrice, care conțin atât elemente active cât și elemente pasive de circuit.

Unui circuit real de curent continuu i se asociază un circuit cu elemente ideale, numit circuitul ideal ținând-se seama de faptul că mărimile din circuitul ideal trebuie să fie identice cu cele din circuit real.

Pentru analiza unor circuite electrice, o metodă fundamentală este folosirea Teoremelor lui Kirchhoff. Detaliem în continuare noțiunile de bază precum și cele două teoreme a lui Kirchhoff.

O rețea electrică din punct de vedere topologic este formată din:

– Laturi - care sunt porțiuni din rețea, compuse în general din receptori și surse, cuprinse între două noduri pe aceeași cale de curent.

– Noduri - puncte de ramificație electrică (intersecție), unde se întâlnesc cel puțin trei laturi.

– Ochiuri - succesiune de laturi de rețea care formează o curbă închisă.

– Se numește sens de referință a unei mărimi (tensiune sau curent), sensul elementului de integrare folosit la definirea acesteia.

Din punct de vedere electric rețeaua sau circuitul electric se caracterizează prin:

- curenții din laturi
- T.e.m ale surselor.

- **Prima teoremă a lui Kirchhoff**

Suma algebrică a intensităților curenților care intră într-un nod de circuit este egală cu suma intensităților curenților care ies din nodul de rețea.

$$\sum_k I_k = 0 - \textit{pentru nod}$$

- **A doua teoremă a lui Kirchhoff**

Suma algebrică a tensiunilor electromotoare dintr-un ochi de rețea este egală cu suma algebrică a tensiunilor de pe fiecare latură din acel ochi de circuit.

$$\sum_k I_k \cdot R_k = \sum_k E_k - \textit{pentru un circuit inchis}$$

C. CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

j) Mărimi sinusoidale

- tensiunea instantanee: u;
- curentul instantaneu: i;
- puterea instantanee: p;
- defazajul: $\Delta\varphi$;
- tensiunea maximă: U_m;
- curentul maxim: I_m;
- tensiunea efectivă: $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$;
- curentul efectiv: $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$;
- reactanța inductivă: $X_L = \omega L$;

- reactanța capacitivă: $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$.

k) Mărimi bazate pe descompunerea tensiunii

- componenta activă a tensiunii:
- componenta reactivă a tensiunii:

$$\left.\begin{aligned} U_a &= U\cos\varphi \\ U_r &= U\sin\varphi \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} U^2 = U_a^2 + U_r^2 \\ tg\varphi = \dfrac{U_r}{U_a} \end{cases}$$

- rezistența: $R = \dfrac{U_a}{I}$;
- reactanța: $X = \dfrac{U_r}{I}$;
- impedanța: $Z = \dfrac{U}{I}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} R = Z\cos\varphi;\ X = Z\sin\varphi; \\ Z = \sqrt{R^2 + X^2};\ tg\varphi = \dfrac{X}{R} \end{cases}$$

l) Mărimi bazate pe descompunerea de curent

- componenta activă a curentului:
- componenta reactivă a curentului:

$$\left.\begin{aligned} I_a &= I\cos\varphi \\ I_r &= I\sin\varphi \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} I^2 = I_a^2 + I_r^2 \\ tg\varphi = \dfrac{I_r}{I_a} \end{cases}$$

- conductanța: $G = \dfrac{I_a}{U}$;
- susceptanța: $B = \dfrac{I_r}{U}$;
- admitanța: $Y = \dfrac{I}{U}$

$$\Rightarrow \begin{cases} G = Y\cos\varphi;\ b = Y\sin\varphi; \\ Y = \sqrt{G^2 + B^2};\ tg\varphi = \dfrac{B}{G} \end{cases}$$

m) Relații de recurență:

$$\left.\begin{aligned} R &= \frac{G}{G^2+B^2} \\ X &= \frac{B}{G^2+B^2} \\ Z &= \frac{1}{Y} \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{aligned} G &= \frac{R}{R^2+B^2} \\ B &= \frac{X}{X^2+R^2} \\ Y &= \frac{1}{Z} \end{aligned}\right.$$

- ***Puterea activă:*** $P = UI\cos\varphi$ ***;***

- ***Puterea reactivă:*** $Q = UI\sin\varphi$ ***;***

- ***Puterea aparentă:*** $S = UI = \sqrt{P^2+Q^2}$ ***;***

- ***Factorul de putere:*** $\cos\varphi = \dfrac{P}{S}$

- ***Circuitul RLC serie:***

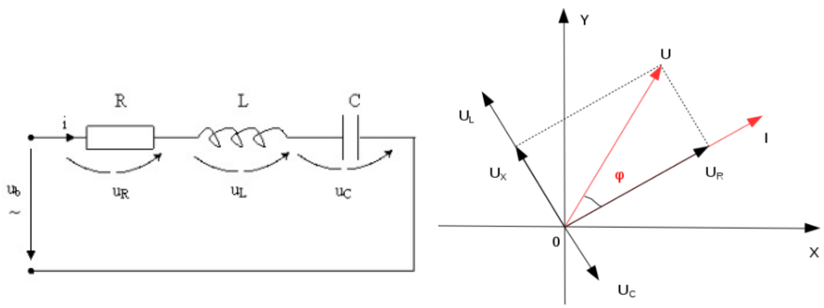


Fig. 5.6. Circuitul RLC serie (stânga). Diagramă fazorială (dreapta).

$R_e = R; X_e = X_L - X_C; Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ ***;***

$$tg\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}; i = \sqrt{2} \cdot \frac{U}{Z} \sin(\omega t + \varphi)$$

- ***Circuitul RLC paralel:***

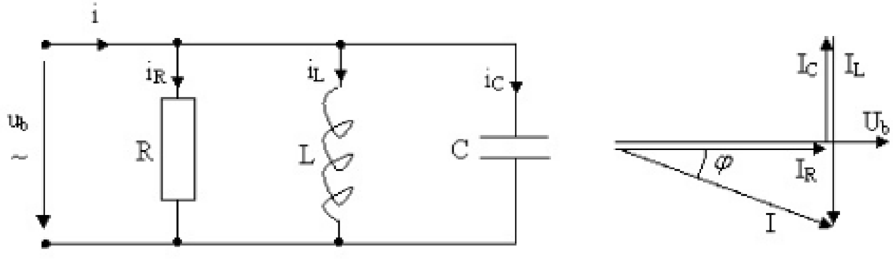


Fig. 5.7. Circuitul RLC paralel (stânga). Diagrama fazorială (dreapta).

$$G_e = G;\ B_e = B_L - B_C; Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$$

$$tg\varphi = \frac{B_L - B_C}{G}; i = \sqrt{2} \cdot Y \cdot U \sin(\omega t + \varphi)$$

5.2. Probleme propuse

1. Două bile identice cu masa m = 20 mg fiecare, sunt suspendate în același punct prin două fire cu lungimea l = 0,2 m fiecare. Una dintre bile este scoasă din echilibru și i se transmite o cantitate de electricitate. După contactul cu cea de a doua bilă, firele fac între ele un unghi $\alpha = 60^0$.
Să se calculeze valoarea cantității de electricitate transmisă primei bile.

R: $q = 45,3 \cdot 10^{-9}\ C$

2. Trei sarcini electrice punctiforme de 0,2 mC, 0,5 mC și 0,4 mC sunt distribuite în vârfurile unui triunghi cu laturile a = 4 cm, b = 5 cm și c = 7 cm. Cunoscând valoarea $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9\ Nm^2 / C^2$ să se determine valoarea forței care acționează asupra sarcinii a treia.

R: $F = 0,9 \cdot 10^6\ N$

3. O bilă cu masa m = 1 g și încărcată cu sarcina q = 1000 mC este

Suspendată prin intermediul unui fie izolant, inextensibil, de masă neglijabilă, într-un câmp electrostatic omogen. Liniile de câmp sunt orizontale și orientate de la stânga la dreapta. Se duce bila într-o poziție în care firul face unghiul $\alpha = 45^0$ cu verticala și i se dă drumul, tensiunea din fir fiind T = 80 mN.
Să se calculeze valoarea intensității câmpului electrostatic.

R: $E = 46 \cdot 10^3\ V/m$

4. Două sarcini punctiforme q_1 = -17 nC și q_2 = 20 nC se află la distanța l_1 = 2 cm, respectiv l_2 = 5 cm de o altă sarcină punctiformă q_3 = 30 nC.
Să se calculeze valoarea lucrului mecanic ce trebuie efectuat pentru ca primele două sarcini să își schimbe locul între ele.

R: $L = 3 \cdot 10^{-4}\ J$

5. Capacitatea maximă a unui condensator variabil este C = 350 pF. Plăcile condensatorului au formă semicirculară cu raza R = 5 cm și distanța dintre ele este d = 1 mm.
Să se calculeze valoarea numărului de plăci ale condensatorului.

R: *n = 11*

6. Două condensatoare cu capacitățile C_1 = 1μF și C_2 = 2 μF se încarcă până la diferențele de potențial U_1 = 10 V, respectiv U_2 = 50 V. După încărcare, condensatoarele se unesc prin aceleași polarități.
Să se calculeze valoarea diferenței de potențial dintre condensatoare după legare.

R: *U = 40 V*

7. Un condensator cu capacitatea C_1 = 20 μF se încarcă până la potențialul U_1 = 200 V. Cu el se leagă în paralel un alt condensator, neîncărcat, cu capacitatea C_2 = 300 μF.
Să se calculeze valoarea potențialului după legarea condensatoarelor.

R: *U = 12,5 V*

8. Un condensator plan, având distanța dintre plăci d = 1 cm și un dielectric cu $\varepsilon_r = 7$, este încărcat la o diferență de potențial U = 100 V. După încărcare, se scoate dielectricul dintre plăci și se introduce o particulă cu sarcina q = 10^{-12} C, care stă în echilibru între plăci.
Să se calculeze:

a) Valoarea diferenței de potențial dintre plăcile condensatorului în absența dielectricului;
b) Valoarea masei particulei;

c) Valoarea distanței dintre plăci pentru ca, în absența dielectricului, diferența de potențial să fie aceeași.

R: $a)\, U = 700\, V; b)\, m = 7 \cdot 10^{-9}\ kg; c)\, d' = 14 \cdot 10^{-4}\ m$

9. În Fig 5.8 este prezentat un montaj de condensatoare $C_1 = C_3 = C_4 = C_5 = 4\mu F, C_2 = 10\mu F$. Să se calculeze capacitatea echivalentă a sistemului.

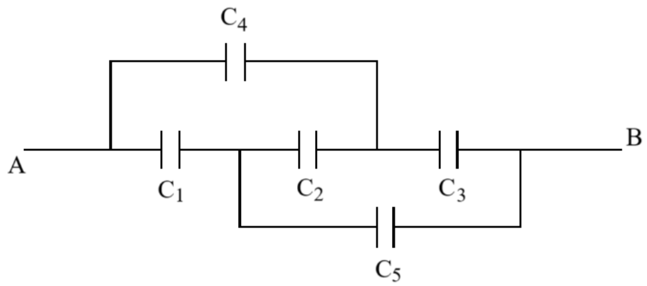


Fig. 5.8. Figura corespunzătoare problemei 9.

R: $C = 4\ \mu F$

10. Să se calculeze valoarea capacității echivalente a sistemului de condensatoare prezentat în Fig. 5.9, cunoscând C_1 = 10 μF, C_2 = 5 μF, C_3 = 4 μF, respectiv U_b = 100V.

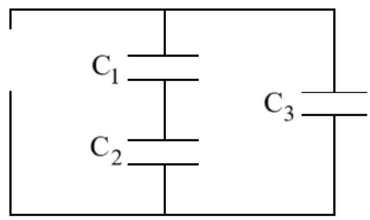


Fig. 5.9. Figura corespunzătoare problemei 10.

R: $C = 7{,}3\ \mu F$

11. Un condensator plan, cu distanța dintre armături d și suprafața lor S, este conectat la o tensiune U. Să se determine:

a) Raportul intensităților câmpului electrostatic pentru cazul cu dielectric și fără dielectric între plăci;

b) Capacitatea condensatorului în cazul în care suprafața de separare este perpendiculară pe armături.

R: $a)\, k = 1; b)\, C = \dfrac{\varepsilon S}{d}$

12. Două condensatoare plane cu capacitățile C_1, respectiv C_2 sunt încărcate la diferențele de potențial U_1 și U_2 . Să se demonstreze că dacă condensatoarele sunt legate în paralel, energia lor totală scade.

R: $W_0 = \frac{1}{2}\left(C_1U_1^2 + C_2U_2^2\right), W = \frac{1}{2}\frac{\left(C_1U_1 + C_2U_2\right)^2}{C_1 + C_2} \Rightarrow W_0 > W$

13. Să se determine căderile de tensiune pe condensatoarele C_1 = 2 μF și C_2 = 5 μF din Fig. 5.10. Se cunosc: E_1 = 100 V și E_2 = 110 V. Se neglijează conductivitatea dielectricilor.

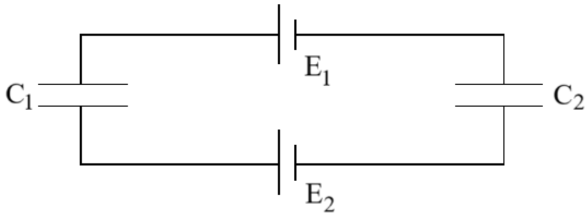


Fig. 5.10. Figura corespunzătoare problemei 13.

R: $U_1 = 150\,V, U_2 = 60\,V$

14. Un generator cu t.e.m. E = 12 V și rezistența interioară r = 0,6 Ω debitează pe un rezistor cu R = 11,4 Ω. Să se calculeze:

a) Intensitatea curentului din circuit;
b) Puterea debitată de generator;
c) Tensiunea la bornele generatorului;
d) Energia consumată de rezistor în t = 20h

R: *a) I = 1 A; b) P = 12 W; c) U = 11,4 V; d) W = 821 kJ*

15. O baterie este formată din 10 elemente legate în serie, t.e.m. a unui element este E = 4 V. Bateria alimentează un circuit format dintr-un voltametru cu sulfat de cupru, având rezistența R_1 = 15 Ω, legat în serie cu rezistențele R_2 = 100 Ω și R_3 = 25 Ω legate în paralel. În timpul t = 10 min se depune pe catodul voltametrului, masa m = 0,18 g cupru. Știind că echivalentul electrochimic al cuprului este K = 0,3 mg/C, să se calculeze:

a) Intensitatea curentului prin circuitul principal;
b) Rezistența interioară a unui element;
c) Intensitățile curenților pe R_2 și R_3;
d) Puterea consumată de rezistența R_3.

R: *a) I = 1 A; b) r = 0,5 Ω; c)* I_2 *= 0,2 A,* I_3 *= 0,8 A; d)* P_3 *= 16 W*

16. Să se calculeze rezistenţa echivalentă faţă de bornele *a* şi *b* pentru circuitul cu schema din Fig. 5.11 dacă se cunosc: R_1 = 100 Ω, R_2 = R_3 = 50 Ω, R_4 = 75 Ω .

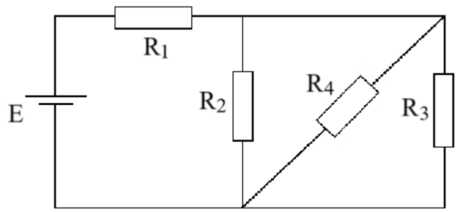


Fig. 5.11. Figura corespunzătoare problemei 16.

R: $R_e = 120\ \Omega$

17. Se formează circuitul reprezentat în Fig 5.12, în care se cunosc următoarele elemente: E_1 = 20 V, E_2 = 33 V, r_1 = 0,2 Ω, r_2 = 0,5 Ω, R_1 = 0,8 Ω și R_2 = 2 Ω. Să se determine valoarea curenților prin fiecare ramură a circuitului.

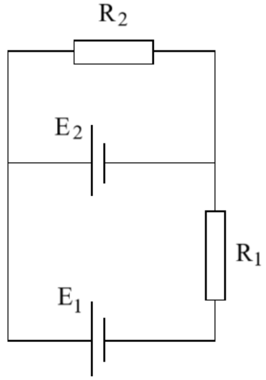


Fig. 5.12. Figura corespunzătoare problemei 17.

R: $I_1 = 0{,}3\ A,\ I_2 = I_3 = 0{,}12\ A,\ I_4 = I_8 = 0{,}4\ A,\ I_5 = I_6 = 0{,}1\ A$

18. În montajul din Fig 5.13 se cunosc E_1 = 2 V, E_2 = 1 V, R_1 = 1kΩ, R_3 = R_g = 0,2 k Ω, R_2 = 500 Ω, se neglijează rezistența internă a elementelor. Să se calculeze valoarea intensității curentului prin circuit.

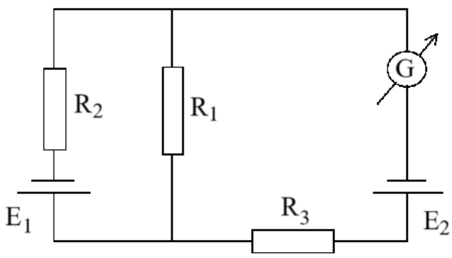


Fig. 5.13. Figura corespunzătoare problemei 18.

R: $I = 4,6 \cdot 10^{-3}\ A$

19. Să se calculeze rezistența echivalentă față de bornele a şi b pentru circuitul cu schema din Fig. 5.14 dacă se cunosc: R_1 = 30Ω, R_2 = 60Ω, R_3 = 20Ω, R_4 = 20Ω, R_5 = 60Ω, R_6 = 30Ω.

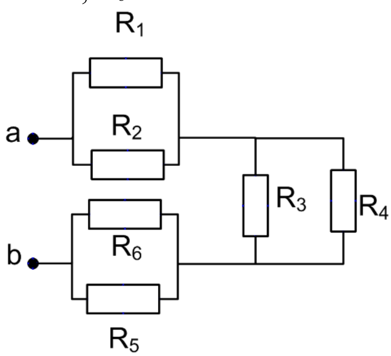


Fig. 5.14 Figura corespunzătoare problemei 19.

R: R_e=*10*Ω

20. Să se calculeze rezistenţa echivalentă față de bornele a şi b pentru circuitul cu schema din Fig. 5.15 dacă se cunosc: R_1 =8Ω, R_2 = 4Ω, R_3 = 3Ω, R_4 = 6Ω, R_5 = 1Ω, R_6 = 2Ω.

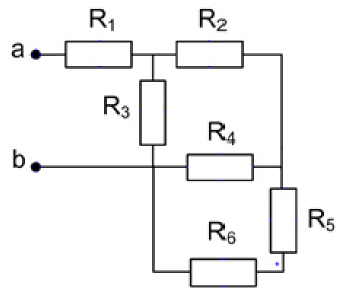


Fig. 5.15. Figura corespunzătoare problemei 20.

R: $R_e=10\Omega$

21. O baterie cu t.e.m. E = 4,8 V și rezistența interioară neglijabilă, alimentează un circuit alcătuit din două rezistoare conectate în paralel cu rezistențele R_1 = 6 Ω și R_2 = 4 Ω. Să se determine:

a) rezistența echivalentă a circuitului alcătuit din cele două rezistoare;

b) intensitățile curenților prin cele două rezistoare;

c) energia electrică dezvoltată de baterie în timpul t = 10 min.

R: R_e = 2,4 Ω; b) I_1 = 0,8 A, I_2 = 1,2 A; c) W = 5,76 kJ

22. O baterie cu acumulatori este formată din 12 elemente legate în serie, fiecare element are o t.e.m. E= 1,8 V și o rezistență interna r = 50 mΩ. Bateria alimentează un circuit format din dintr-un rezistor având rezistența R = 1 Ω, legat în serie cu grupare de două becuri conectate în paralel. Intensitățile curenților prin becuri fiind I_1 = 2 A și I_2 = 4A. Să de determine:

a) tensiunea la bornele bateriei și tensiunea la bornele becurilor;

b) rezistențele celor două becuri;

c) puterile celor două becuri;

d) energia totală consumată de cele două becuri în timpul t = 10 min.

R: a) U = 18 V, U_b = 12 V; b) R_1 = 6Ω, R_2 = 3Ω;
c) P_1 = 24 W, P_2 = 48 W; d) W = 43,2 kJ

23. Două surse identice, legate în serie, produc un curent I = 5 A într-un rezistor cu rezistența R = 2Ω. Dacă aceste două surse ar fi legate în paralel ar produce fiecare un curent I_1 =1,5 A, în același rezistor. Să se determine:

a) tensiunea electromotoare a sursei;

b) energia degajată în rezistor în timpul t = 5 min, când sursele sunt legate în paralel.

R: a) E = 6,43 V; b) W = 5,4 kJ

24. O baterie cu 12 acumulatori identici, legați în serie, debitează un Curent I = 3,6 A printr-un rezistor cu rezistența R = 6,4 Ω. Știind că, prin

scurtcircuitarea rezistorului, curentul crește la valoarea I_{sc} = 42 A, să se calculeze tensiunea electromotoare și rezistența interioară a fiecărui acumulator.

R: *E = 2,1 V, r = 50 mΩ*

25. Să se afle rezistența unui fir de cupru cu diametrul D = 2 mm, dacă masa acestuia este m = 4 kg. Se cunoaște densitatea cuprului $\rho = 8900\ kg/m^3$ și rezistivitatea cuprului $\rho^* = 17,5\ n\Omega\cdot m$.

R: *R = 0,8 Ω*

26. Un bec conectat la bornele unei surse cu E = 12 V consumă o Putere P = 6 W. Ce putere va consuma becul, dacă în circuit se intercalează în serie un rezistor cu R = 24 Ω. Rezistența interioară a sursei este neglijabilă.

R: *P = 1,5 W*

27. Un circuit este compus dintr-o bobină de inductanță L = 100 mH, un condensator cu capacitatea C = 1μF și un rezistor cu rezistența R = 10 Ω, legate în serie.
a) care este frecvența curentului alternativ astfel încât intensitatea curentului prin circuit să fie maximă;
b) dacă sistemul este alimentat la tensiunea U = 120 V, care va fi intensitatea curentului pentru această frecvență? Dar pentru o frecvență dublă.

R: $a)\ \upsilon = 504\ Hz;\ b)\ I_1 = 12\ A,\ I_2 = 0,25\ A$

28. O bobină cu inductanța $L = \dfrac{10}{\pi}\ mH$ și rezistență R = 225Ω este conectată în serie cu un condensator plan de capacitate $C = \dfrac{40}{\pi}\ nF$ la o tensiune continuă U = 240 V. Să se calculeze:
a) permitivitatea dielectricului dintre armăturile condensatorului, știind că aria armăturilor este S = 160 cm^2, iar distanța dintre armături este d = 0,11 mm;
b) sarcina electrică cu care se încarcă condensatorul;
c) pulsația și frecvența proprie a circuitului.

R: $a)\ \varepsilon_r = 9,9;\ b)\ q = 3\ \mu C;$
$c)\ \omega_0 = 1,57\cdot 10^5\ rad/s,\ \upsilon_0 = 25\ kHz$

29. Un circuit de curent alternativ este compus dintr-o bobină cu rezistența activă r =2 Ω și reactanța inductivă X_L = 170 Ω legată în serie cu un

condensator care are reactanța capacitivă X_C = 105 Ω. Circuitul este alimentat la o tensiune U = 110 V cu frecvența $\upsilon = 50\ Hz$. Să se calculeze:

a) reactanța totală a circuitului;
b) intensitatea curentului prin circuit;
c) inductanța bobinei și capacitatea condensatorului.

R: *a) X = 65 Ω; b) I = 1,69 A; c) L = 0,54 H, C = 30,3 μF*

30. Un încălzitor electric cu inductanța $L = \dfrac{1}{10\pi} H$ și rezistența activă R = 10 Ω este alimentat la o sursă de c.a. cu tensiunea U = 220 V și frecvența $\upsilon = 50\ Hz$. Să se determine:

a) intensitatea curentului prin circuit;
b) energia consumată de încălzitor în timpul t = 2 min.

R: *a) I = 15,5 A; b) W = 290 kJ*

31. Un receptor de c.a. alimentat la tensiunea U = 220 V, este străbătut de un curent cu intensitatea I = 2 A. Defazajul dintre tensiune și curent este $\varphi = \pi / 3$. Să se calculeze factorul de putere, puterea activă, puterea reactivă și puterea aparentă.

R: *cosφ = 0,5, P = 220 W,* P_a *= 440 VA,* P_r *= 381 VAR*

32. La bornele unui alternator care furnizează o tensiune cu frecvența $\upsilon = 50\ Hz$ și valoarea efectivă U = 100 V, se conectează în serie un bec cu rezistența R = 20 Ω și o bobină cu rezistența și inductanța necunoscute. La bornele becului se stabilește o tensiune cu valoarea efectivă U_b = 50 V, iar la bornele bobinei o tensiune efectivă U_L = 70 V. Să se determine:

a) intensitatea curentului prin circuit;
b) rezistența bobinei;
c) inductanța bobinei.

R: *a) I = 2,5 A; b) R = 10,4 Ω; c) L = 82 mH*

33. La bornele unui circuit de c.a. cu frecvența $\upsilon = 50\ Hz$ se aplică o tensiune cu valoarea efectivă U =220 V. Circuitul este alcătuit dintr-o bobină cu rezistență R_1, un condensator ca capacitatea C și un rezistor cu rezistența R_2 = 20 Ω, legate în serie. Știind că, intensitatea efectivă de curent este I =2,2 A, defazajul la bornele bobinei $\varphi_b = \pi / 3$, iar defazajul la bornele circuitului este $\varphi_c = \pi / 6$, să se calculeze:

a) impedanța circuitului, reactanța inductivă, reactanța capacitivă și rezistența bobinei;

b) capacitatea condensatorului și inductanța bobinei;
c) puterea activă, reactivă și aparentă din circuit.

R: *a)* $Z = 100\ \Omega$, $X_L = 115\ \Omega$, $X_C = 65\ \Omega$, $R = 66{,}6\ \Omega$
b) $C = 0{,}49\ \mu F$, $L = 366\ mH$
c) $P = 119\ W$, $P_a = 484\ VA$, $P_r = 242\ VAR$

34. Un condensator are capacitatea C = 50 μF și o bobină cu Inductanța L = 2 H și cu rezistența R = 100 Ω sunt montate în serie și alimentate la o tensiune alternativă U = 220 V și de frecvență variabilă. Să se determine:
a) frecvența de rezonanță a circuitului;
b) intensitatea maximă a curentului prin circuit în cazul rezonanței;
c) tensiunile care apar la bornele condensatorului în regim de rezonanță.

R: $a)\ \upsilon = 16\ Hz; b)\ I_m = 3{,}11\ A; c)\ U_C = 440\ V, U_L = 490\ V$

35. Un condensator cu capacitatea C = 1 μF și un solenoid cu rezistența R = 96 Ω și de inductanță L = 1,42 H sunt conectate în serie la bornele unui generator având tensiunea sinusoidală E_{ef} = 240 V și frecvența $\upsilon = 50\ Hz$. Rezistența internă a generatorului este neglijabilă. Să se determine:
a) valoarea efectivă a intensității curentului electric și defazajul dintre intensitatea curentului și tensiune;
b) pentru ce valoare a frecvenței, valoarea efectivă a curentului electric este maximă și cât această valoare;
c) pentru ce valoare a frecvenței, valoarea efectivă a tensiunii la bornele condensatorului este maximă.

R: $a)\ I = 87{,}6 A, \varphi = -\pi/2; b)\ \upsilon_0 = 133\ Hz;$
$c)\ \upsilon = 133\ Hz$

36. Un circuit compus dintr-un condensator cu capacitatea $C = \frac{20}{\pi}\mu F$, o bobină cu inductanța $L = \frac{4}{\pi} H$ și un rezistor cu rezistență R = 100 Ω, legate în serie, este alimentat la tensiunea alternativă U = 220 V și frecvența $\upsilon = 50\ Hz$. Se cere:
a) unghiul de defazaj dintre tensiunea la bornele circuitului și intensitatea curentului în circuit;
b) puterea activă, reactivă și aparentă în circuit;
c) factorul de calitate al circuitului.

R: $a)\ \varphi = \pi/4; b)\ P = 242\ W, P_r = 242\ VAR, P_a = 324\ VA$
$c) Q = 3{,}46$

37. Un circuit serie este format dintr-un condensator și o bobină care are rezistența R = 10 Ω. Frecvența de rezonanță a circuitului este $\upsilon = 1\,kHz$, impedanța circuitului este egală cu Z = 1 kΩ. Să se calculeze:
a) inductanța bobinei;
b) capacitatea condensatorului;
c) puterea activă, știind că prin circuit trece un curent cu intensitatea efectivă I = 0,5 A.

R: *a) L = 7,98 mH; b) C = 3,17 μF; c) P = 2,5 W*

38. O bobină având n = 5 spire/cm este legată în paralel cu un rezistor R = 500 Ω la bornele unei surse cu t.e.m. continuă E = 6 V și rezistența internă r = 1 Ω. Bobina are miez de fier cu permeabilitate $\mu = 12{,}56\,\mu H/m$ și creează un câmp magnetic interior de inducție B = 7,536 mT. Să se determine:
a) rezistența ohmică a bobinei;
b) puterea disipată pe rezistența R;
c) inductanța bobinei, dacă fluxul magnetic prin bobină este $\phi = 0{,}36\,mWb$.

R: *a) R = 20 Ω; b) P = 7,2 W; c) L = 0,3 mH*

39. O sursă are E = 12 V și rezistența internă r = 1,2 Ω. Introdusă într-un circuit se constată că tensiunea la borne este de k = 3 ori mai mare decât căderea de tensiune pe sursă. Să se determine:
a) intensitatea curentului din circuit;
b) rezistența exterioară a circuitului.

R: *a) I = 2,5 A; b) r = 3,6 Ω*

40. În circuitul din Fig 5.16 se cunosc următoarele elemente:
E_1 = 2 V, E_2 = 5 V și R_2 = 2 Ω. Rezistențele interne se consideră neglijabile. Să se determine:
a) condiția necesară pentru ca bateria E_1 să nu primească curent și să se arate că este independentă de R_1 și R_4;
b) în condițiile de la punctul precedent, să se afle curentul care circulă prin rezistorul R_3;
c) în aceleași condiții, căderea de tensiune pe R_2.

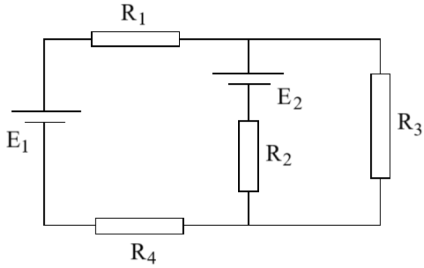


Fig. 5.16. Figura corespunzătoare problemei 40.

R: $a)\ I_1 = 0 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{R_3}{R_2 + R_3}$

$b)\ I_3 = 1{,}5\ A; c)\ U_2 = 3\ V$

41. În circuitul din Fig 5.17 se cunosc următoarele elemente: E_1 = 1 V, E_2 = 2 V, E_3 = 1,5 V, $R_{v1} = 2 \cdot 10^3\ \Omega$, $R_{v2} = 3 \cdot 10^3\ \Omega$, $R_3 = 4 \cdot 10^{-3}\ \Omega$. Se neglijează rezistențele interne ale elementelor galvanice. Să se calculeze:
a) valorile indicate de cele trei voltmetre;
b) valoarea tensiunii U_{AB}.

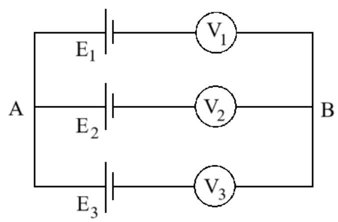


Fig. 5.17. Figura corespunzătoare problemei 41.

R: *a)* $U_1 = 0{,}41\ V$, $U_2 = 0{,}57\ V$, $U_3 = 0{,}08\ V$; *b)* $U_{AB} = 1{,}5\ V$

42. Un circuit serie format dintr-o bobină cu inductanța L = 0,2 H, un rezistor cu R = 5Ω și două condensatoare legate în paralel între ele, cu capacitatea C = 8 F, fiecare, este alimentat în c.a. de un generator cu 6 perechi de poli și turația $n = \frac{300}{\pi} rot/\min$. Să se calculeze:
a) valoarea impedanței circuitului;
b) valoarea defazajului:
c) valoarea perioadei.

R: *a)* $Z = 1030\ \Omega$; *b)* $tg\varphi = 206$; *c)* $T = 11 \cdot 10^{-3}\ s$

43. Se consideră două circuite: primul alcătuit dintr-o sursă de c.a., o bobină cu inductanța L și un rezistor cu rezistența R, legate în serie, iar cel de al doilea circuit, format din: aceeași sursă, același rezistor și un condensator de capacitate C, legate în paralel. Să se determine ce relație există între R, L, C, pentru ca defazajele dintre cele două circuite să fie egale ca valoare absolută.

R: *pentru circuitul serie* $tg\varphi = \dfrac{L\omega}{R}$,

pentru circuitul paralel $tg\varphi = RC\omega \Rightarrow R^2 = \dfrac{L}{C}$

44. Circuitul din Fig 5.18 este alimentat în c.a. cu tensiunea nominală $U = 60$ V. Se cunosc: $R_1 = 8\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$, $X_L = 6\ \Omega$ și $X_C = 4\ \Omega$. Să se calculeze:
a) valoarea intensității curentului prin fiecare ramură și cea a curentului total;
b) valorile puterii active și reactive, disipate în fiecare ramură.

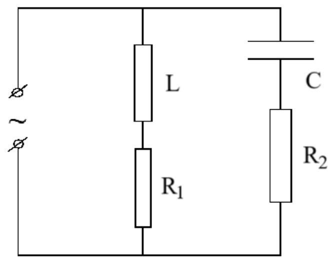


Fig. 5.18. Figura corespunzătoare problemei 44.

R: *a)* $I_1 = 6$ *A,* $I_2 = 12$ *A,* $I = 13{,}4$ *A*
b) $P_1 = 288$ *W,* $P_2 = 432$ *W;* $Q_1 = 216$ *VAR,* $Q_2 = 576$ *VAR*

45. Sursa unui circuit de c.c. este formată din n = 80 de elemente, fiecare cu t.e.m. E = 1,5 V și rezistența internă r = 0,02 Ω. Circuitul exterior este format dintr-un rezistor $R_1 = 5\ \Omega$ ce se înlocuiește cu un motor electric cu rezistența $R_2 = 0{,}5\ \Omega$. Intensitatea curentului din circuit are aceeași valoare în ambele situații. Rezistența firelor conductoare de legătură este $R_3 = 3{,}4\ \Omega$. Să se determine:
a) intensitatea curentului din circuit;
b) diferența de potențial la bornele bateriei;
c) tensiunea electromotoare a motorului.

R: *a) I = 12 A; b) U = 100,8 V; c) E = 46 V*

46. Un solenoid cu inductanța L = 50 H și rezistența R = 30 Ω este conectat la un acumulator cu t.e.m. E = 100 V. Să se calculeze intervalul de timp necesar pentru ca mărimea curentului să atingă jumătate din valoarea sa de echilibru

R: *t = 1,2 s*

47. Un circuit serie este format dintr-o rezistență R = 10 Ω, o bobină cu inductanța L = 0,068 H și un condensator de capacitate C = 3 μF. Circuitul este alimentat în c.a. cu tensiunea efectivă U = 220 V și frecvența $\upsilon = 50\ Hz$. Să se calculeze:
a) valoarea efectivă a curentului prin circuit;
b) impedanța circuitului;
c) puterea activă și puterea reactivă;

R: *a) I = 0,21 A; b) Z = 1040,26 Ω;*
c) P = 1,05 W, Q = 46,15 VAR

48. Ce frecvență trebuie să aibă o tensiune alternativă aplicată la bornele unui circuit serie format dintr-o bobină de inductanță L = 1 mH și un condensator cu capacitatea C = 400 nF pentru a obține rezonanța.

R: *υ = 8 kHz*

49. Un generator cu tensiunea E =4,8 V debitează un curent
I = 0,24 A într-un circuit format din două rezistoare legate în paralel, caracterizate de rezistențele R_1 = 20Ω, respectiv R_2 = 80 Ω. Să se calculeze rezistența internă r a generatorului.

R: *r = 4 Ω*

50. Printr-un consumator cu rezistența R = 100 Ω trece un curent de intensitate I = 1 A. Circuitul este alimentat la o t.e.m. E = 110 V, cu rezistența interioară r = 2 Ω. Să se determine:
a) tensiunea electrică la bornele consumatorului și căderea de tensiune pe firele de legătură;
b) puterea absorbită de consumator.

R: *a) U = 100 V,* U_c *= 8 V; b) P = 100 W*

CAPITOLUL VI

ELECTROMAGNETISM.
UNDE ELECTROMAGNETICE

6.1. Noțiuni de teorie

- **Câmpul electromagnetic**

Un magnet generează în jurul său un câmp magnetic. Câmpul magnetic este reprezentat prin linii de câmp magnetic și caracterizat de mărimea fizică numită inducție magnetică $\vec{B}$. $[B]_{SI} = 1\,Tesla$.

Intensitatea câmpului magnetic: $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$, unde μ este permeabilitatea magnetică a mediului ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \dfrac{Wb}{A \cdot m}$ - permeabilitatea magnetică a vidului).

Asupra unui corp, electrizat cu sarcina q, ce se deplasează cu viteza într-o zonă în care acționează un câmp electric de intensitate $\vec{E}$ și un câmp magnetic de inducție $\vec{B}$, se exercită o forță numita *forță Lorentz*. Expresia generală a forței Lorentz este: $F_L = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$.

Câmpurile electric şi magnetic sunt forme de manifestare ale unui unic câmp fizic, numit câmpul electromagnetic. Câmpurile vectoriale se pot reprezenta atât prin vectorii de câmp, $\vec{E}$ şi $\vec{B}$, cât şi prin liniile de camp (Fig. 6.1).

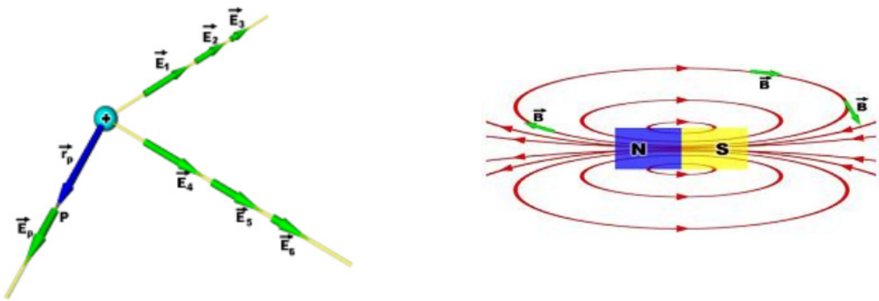


Fig. 6.1. Câmpul electric (stânga). Câmpul magnetic (dreapta).

- **Acțiunea câmpului magnetic asupra unui conductor parcurs de curent electric**

Asupra conductorului aflat în câmp magnetic se va exercita o forţă ce constituie rezultanta tuturor forţelor Lorentz ce se manifestă asupra fiecărui purtător liber de sarcină electrică din conductor, astfel asupra conductorului în ansamblu acționează *forța electromagnetică*.

$$F_{em} = I\vec{l} \times \vec{B} = IlB\sin\alpha,$$

unde l este lungimea conductorului aflat în câmp magnetic, iar α reprezintă unghiul format între direcția curentului electric și direcția vectorului inducție magnetică (Fig. 6.2.).

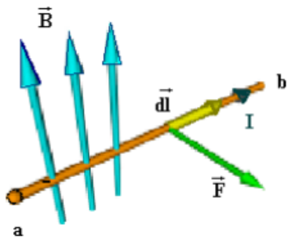


Fig. 6.2. Forța Lorentz.

- **Legea Biot - Savart. Câmpul magnetic creat de curenți electrici**

Legea Biot – Savart este o lege obținută experimental, reprezintă o ecuație care descrie valoarea câmpului magnetic în jurul unui conductor parcurs de curent electric în funcție de intensitatea curentului: $H = \dfrac{I}{2\pi r}$.

a) Câmpul magnetic în jurul unui conductor liniar: $B = \mu_0 \mu_r \dfrac{I}{2\pi r}$

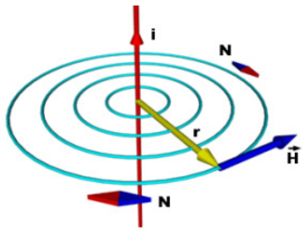


Fig. 6.3. Câmpul magnetic în jurul unui conductor liniar.

b) Câmpul magnetic în centrul unei spire plane circulare de rază r:

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{I}{2r}$$

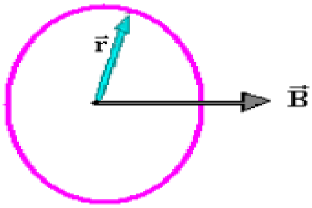


Fig. 6.4. Câmpul magnetic în centrul unei spire plane circulare de rază r.

c) Câmpul magnetic în jurul unei bobine cu N spire: $B = \mu_0 \mu_r \dfrac{NI}{l}$

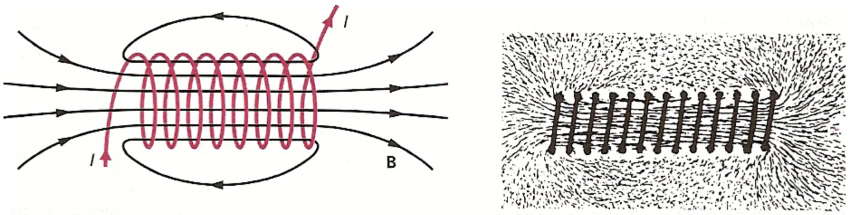


Fig. 6.5. Câmpul magnetic în jurul unei bobine cu N spire.

• **Interacțiunea dintre doi curenți electrici paraleli**

Forţa de interacţiune dintre cei doi conductori, paraleli de lungime infinită, situați la distanța d unul față de celălalt, pe o porţiune de lungime comună l este: $F = \mu \dfrac{I_1 I_2}{2\pi d} l$

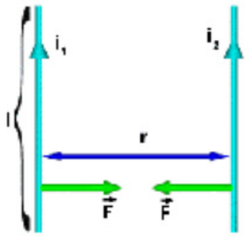


Fig. 6.6. Forța de interacțiune dintre doi curenți electrici paraleli.

<u>*1 Ampere*</u> reprezintă intensitatea unui curentul electric constant care, dacă circulă prin două conductoare electrice paralele de lungime infinită, situate în vid la distanţa de un metru unul de altul, determină ca forţa de interacţiune dintre ele să fie de $2 \cdot 10^{-7}$ Newtoni pe fiecare metru de lungime comună.

• **Inducția electromagnetică. Legea lui Faraday**

Inducția electomagnetică este fenomenul de apariție a unei tensiuni electromotoare într-un circuit străbătut de un flux magnetic variabil în timp.

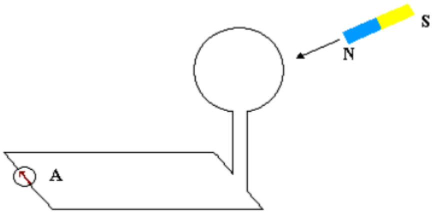


Fig. 6.7. Inducția elctromagnetică.

Fluxul magnetic reprezintă produsul scalar dintre vectorul inducţie magnetică $\vec{B}$ şi vectorul $\vec{S} = S \cdot \vec{n}$, unde $\vec{n}$ este versorul normal la suprafaţă:

$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cos\alpha$, $[\Phi]_{SI} = 1\, Wb\, (weber)$

Legea lui Faraday: Tensiunea electromotoare indusă într-un contur (C) este egală cu viteza de variaţie a fluxului printr-o suprafaţă deschisă ce se sprijină pe (C) şi este de sens opus acestei variaţii.

$$e = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Regula lui Lenz determină sensul curentului indus: Tensiunea electromotoare indusă şi curentul indus au un astfel de sens, încât fluxul magnetic produs de curentul indus să se opună variației fluxului magnetic inductor.

Autoinducția repreziuntă fenomenul de inducţie electromagnetică într-o bobină datorită variaţiei curentului electric ce o străbate.

$e = -L\dfrac{di}{dt}$, unde L se numește inductanța bobinei, $[L]_{SI} = 1\, H\ (Henry)$

$L = \dfrac{\mu N^2 S}{l}$, unde N este numărul de spire, l este lungimea, iar S este secţiunea bobinei.

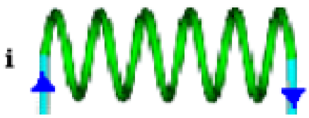


Fig. 6.8. Autoinducția.

Energia câmpului magnetic prin solenoid: $W = \dfrac{1}{2}\dfrac{B^2}{\mu} Sl = \dfrac{1}{2}\dfrac{B^2}{\mu} V$

Densitatea de energie a câmpului magnetic: $w = \dfrac{W}{V} = \dfrac{1}{2}\dfrac{B^2}{\mu} = \dfrac{1}{2}\mu H^2$

- **Circuitul RLC**

Curenții electrici oscilează obținându-se astfel curentul alternativ. Oscilațiile câmpurilor electric și magnetic se propagă în medii continue. Astfel, unda electromagnetică este o suprapunere de câmp electric şi magnetic care se generează reciproc şi se propagă împreună. Descrierea undelor electromagnetice poate fi realizată studiul unui circuit RLC. Circuitul RLC este format dintr-un rezistor, de rezistență R, o bobină cu inductanța L, respective un condensator cu capacitatea C (Fig. 6.9.).

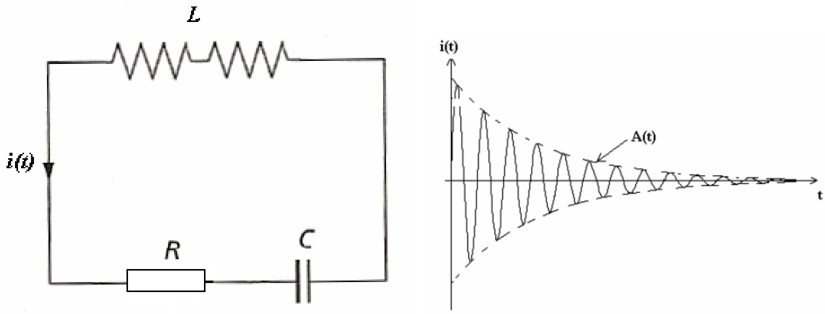


Fig. 6.9. Schema electrică a unui circuit RLC (stânga). Oscilațiile amortizate ale unui circuit RLC (dreapta).

Intensitatea curentului printr-un circuit RLC: $i(t) = A_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \sin(\omega t + \varphi)$, iar pulsația este descrisă de formula: $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$.

Oscilații neamortizate, ideale: $R = 0 \Rightarrow i(t) = I_0 \sin\left(\omega_0 t + \varphi\right)$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Circuitul LC este un circuit ideal în care ***energia electrică*** din condensator se transformă periodic în ***energia magnetică*** din bobină, cu conservarea energiei totale a sistemului.

- **Ecuațiile lui Maxwell. Unde electromagnetice**

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0},\ div\vec{B} = 0,\ rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j}_c + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},\ rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

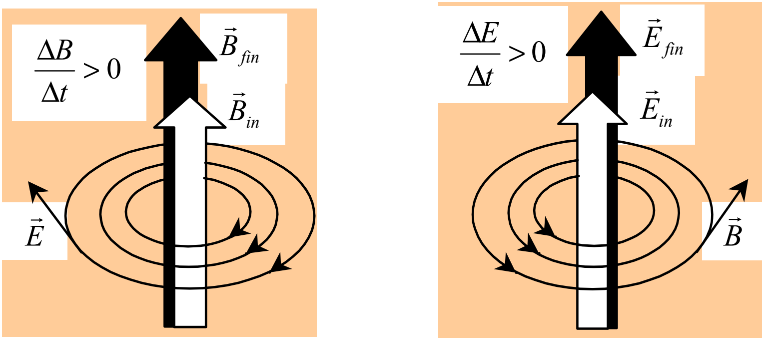


Fig. 6.10. Câmp electric (stânga). Câmp magnetic (dreapta).

Ansamblul câmpurilor electric şi magnetic, variabile în timp, care se generează reciproc, constituie un câmp electromagnetic. O undă reprezintă o perturbaţie care se propagă într-un mediu continuu, prin interacţiuni din aproape în aproape, cu viteză finită. Propagarea unui ansamblu de variaţii ale câmpurilor electric şi magnetic generează o **undă electromagnetică**.

Unda electromagnetică este o undă transversal, ea transportă energie electromagnetică şi se propagă în vid cu viteza: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \; m/s$, viteza undei într-un mediu oarecare este data de formula: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}} = \frac{c}{n}$, unde n este indicele de reflexie al mediului respectiv.

Spectrul undelor electromagnetice

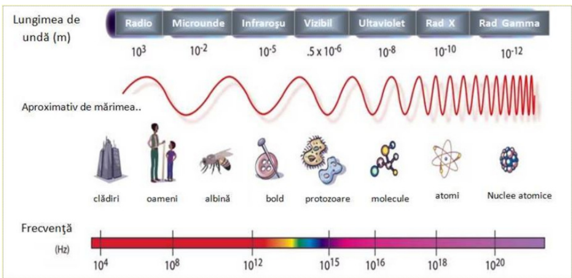


Fig. 6.11. Spectrul undelor electromagnetice.

Nume	Lungime de undă	Frecvența (Hz)
Radiații gama	mai putin 0.02 nm	mai puțin 15 EHz
Radiații X	0.01 nm - 10 nm	30 EHz - 30 PHz
UV	10 nm - 400 nm	30 PHz - 750 THz
Vizibil	390 nm - 750 nm	770 THz - 400 THz
Infraroșu	750 nm - 1 mm	400 THz - 300 GHz
Microunde	1 mm - 1 metri	300 GHz - 300 MHz
Radio	1 m - 100,000 km	300 MHz - 3 Hz

Fig. 6.12. Spectrul undelor electromagnetice.

Energia undelor electromagnetice este dată de formula: $W = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2$

6.2. Probleme propuse

1. Un electron cu viteza v = 1.6 10^6 m/s intră într-un câmp magnetic omogen de inducție B=0.9110^{-2} T pe o direcție perpendiculară pe liniile de câmp. Cunoscând masa electronului m=9.110^{-31} kg și sarcina sa electrică e = 1.6 10^{-19} C, să se determine raza traiectoriei electronului în câmpul magnetic.

R: r = 10^{-3} m

2. O particulă, cu sarcina electrică q = 3.2 10^{-19} C și viteza v = 1.6 10^6 m/s, intră în zona unui câmp magnetic uniform de inducție B = 0.665 T. Direcția vitezei este normală la liniile câmpului magnetic. Datorită forței Lorentz particula descrie o traiectorie circulară cu raza de 5 cm. Să se determine:

a) masa particulei;

b) tensiunea electrică necesară accelerării particulei din repaus până la viteza v.

R: m = 6.65 10^{-27} kg, U = 2660 V

3. Prin vârfurile unui pătrat ABCD cu latura a trec patru conductoare paralele, infinite, orientate perpendicular pe planul pătratului. Intensitățile

curenților au valorile $I_1 = I_3$, $I_2 = I_4$. Să se calculeze inducțiile magnetice rezultante în centrul pătratului și în vârful D.

R: $B_0 = \frac{\mu_0 I_2 \sqrt{2}}{\pi a}$, $B_D = \frac{\mu_0}{2\pi a}\left[\frac{I_2}{\sqrt{2}} + I_1\sqrt{2}\right]$

4. O spiră circulară, având raza r = 0.1 m și rezistența electrică R=3.14 Ω, este situată într-un câmp magnetic omogen de inducție B = 1T, orientat perpendicular pe planul spirei. Să se determine cantitate de electricitate transportată prin spiră în timpul rotației acesteia cu 90°.

R: $Q = 10^{-2}$ C

5. Un cadru dreptunghiular, de arie S şi având N spire, este confecționat dintr-un conductor foarte subțire. Cadrul se rotește cu viteza unghiulară constantă ω într-un câmp magnetic uniform, constant în timp, de inducție B. Axa de rotație este una din axele de simetrie ale cadrului şi este normală pe direcția câmpului magnetic. Să se determine t.e.m. indusă în spirele cadrului.

R: $e = +B \cdot N \cdot S \cdot \omega \sin \omega t$

6. Printr-un conductor de Cu, presupus infinit de lung, cu secțiunea s = 1 mm^2 , trece un curent electric ce creează la distanța d = 7 cm, un câmp magnetic cu intensitatea H = 140/π A/m. Se consideră numărul de electroni liberi din unitatea de volum egal cu numărul atomilor. Să se calculeze viteza mișcării dirijate a electronilor. Se cunoaște:
A =64, $N_A = 6 \cdot 10^{23} atom / atom - gram$ și ρ = 8,9 g/cm^3 .

R: $v = 1,44 \cdot 10^{-2}\ m/s$

7. Un electron se deplasează pornind din repaus, într-un câmp electric omogen la distanța l = 0,16 m, după care pătrunde într-un câmp magnetic, perpendicular pe direcția sa de mișcare, descriind un cerc cu raza r = 1,6/π m. Viteza maximă pe care o atinge pe distanța l este $v = 1,6 \cdot 10^7 m/s$. Să se calculeze:
a) valoarea intensității câmpului electric;
b) valoarea inducției câmpului magnetic;
c) valoarea perioadei de rotație în câmpul magnetic.

R: $a)\ E = 4,5 \cdot 10^3\ V/m; b)\ B = 1,7 \cdot 10^{-4}\ T$
$c)\ T = 2 \cdot 10^{-7}\ s$

8. Considerăm următoarele orientări ale câmpurilor electrice și magnetice din diferite unde electromagnetice. Pentru fiecare caz, indicați direcția de propagare a undei:

a) $\vec{E} = E\vec{i},\ \vec{B} = -B\vec{j}$;

b) $\vec{E} = E\vec{j},\ \vec{B} = B\vec{i}$;

c) $\vec{E} = -E\vec{k},\ \vec{B} = -B\vec{i}$;

d) $\vec{E} = E\vec{i},\ \vec{B} = -B\vec{k}$.

R: Direcția de propagare este dată de $\vec{E}\times\vec{B}$, deci: a) $-\vec{k}$; b) $-\vec{k}$; c) $\vec{j}$; d) $\vec{j}$.

9. O undă electromagnetică cu lungimea de undă 435 nm se propagă prin vid în direcția negativă a axei *z*. Câmpul electric al undei are amplitudinea de $2{,}70\cdot10^{-3}$ V/m și este paralel cu axa *x*.

a) Ce frecvență are unda?

b) Care este amplitudinea câmpului magnetic din unda electromagnetică?

c) Scrieți ecuațiile pentru câmpul electric $\vec{E}(z,t)$ și respectiv câmpul magnetic $\vec{B}(z,t)$ din undă, ca funcții de *z* și *t*.

R: a) $\nu = 6{,}90\cdot10^{14}$ Hz; b) $B_{max} = 9{,}00\cdot10^{-12}$ T;

c) $\vec{E}(z,t) = (2{,}7\cdot10^{-3}\ \text{V/m})\cos[(1{,}44\cdot10^{7}\ \text{rad/m})z + (4{,}34\cdot10^{15}\ \text{rad/s})t]\vec{i}$;

$\vec{B}(z,t) = -(9{,}00\cdot10^{-12}\ \text{T})\cos[(1{,}44\cdot10^{7}\ \text{rad/m})z + (4{,}34\cdot10^{15}\ \text{rad/s})t]\vec{j}$.

10. Un conductor infinit de lung este străbătut de un curent I = 10 A. Conductorul este îndoit la un unghi α = 90. Să se calculeze valoarea intensității câmpului magnetic într-un punct aflat pe bisectoarea unghiului la distanța d = 0,2 m de vârful unghiului.

R: *H = 19 A/m*

11. În centrul unei spire circulare de rază R = 30 cm, străbătută de un curent, câmpul magnetic are intensitatea H = 20 A/m. Să se calculeze valoarea câmpului magnetic într-un punct aflat pe axa spirei la distanța d = 4 cm de centru.

R: *H = 4,3 A/m*

12. Un solenoid cu n = 10 spire/cm este străbătut de un curent I_1 = 1,2 A. Prin centrul este străbătut de un conductor de lungime l =0,4 m, prin care circulă un curent I_2 = 1,8 A. Se consideră conductorul în două poziții:

prima, paralel cu axa solenoidului și a doua: înclinat cu unghiul $\alpha = 45°$ față de axă. Să se calculeze valoarea forței cu care acționează câmpul magnetic al solenoidului asupra conductorului, pentru cele două poziții.

R: $F_1 = 0,\ F_2 = 7,65 \cdot 10^{-4}\ N$

13. Înfășurarea unui solenoid cu lungimea l = 20 cm și diametrul d = 4 cm, este formată din N = 400 spire și străbătută de curentul I = 2 A. Să se determine valoarea intensității câmpului magnetic în centrul solenoidului.

R: $H = 3,93 \cdot 10^3\ A/m$

14. Un conductor cilindric de lungime l, diametru d și rezistivitate ρ, se scurtcircuitează la capete. Să se determine:
a) viteza cu care trebuie deplasat acest conductor într-un câmp magnetic uniform de intensitatea H, pentru ca tensiunea electromotoare generată, să fie E;
b) puterea disipată pe conductor;
c) cantitatea de căldură degajată în timpul t.

R: $a)\ v = \dfrac{\rho I}{\mu_0 \mu_r S H};\ b)\ P = \dfrac{\pi d^2 e^2}{4\rho l};\ c)\ Q = \dfrac{e^2}{R} t$

15. Într-un câmp magnetic de intensitate H = 10 A/m, este așezată perpendicular pe liniile de câmp, o spiră circulară cu raza R = 0,2 m ce este străbătută de curentul I = 1 A. În centrul spirei este plasat un conductor cu lungimea l = 0,12 m prin care trece curentul $I_C = 1,5$ A. Să se calculeze valoarea forței care acționează asupra conductorului.

R: $F = 0,23 \cdot 10^{-5}\ N$

16. Un conductor subțire cu masa m = 100 g este sprijinit pe două bare distanțate la d = 10 cm una de alta. Prin bare trece un curent cu intensitatea I = 10 A. Sub acțiunea unui câmp magnetic perpendicular pe planul celor două bare, conductorul intră într-o mișcare uniformă. Coeficientul de frecare dintre conductor și bare este μ = 0,2. Să se determine valoarea intensității câmpului magnetic.

R: $H = 16 \cdot 10^{-3}\ A/m$

17. Un fascicul de particule α întâlnește un câmp electromagnetic. Traiectoria particulelor este perpendiculară pe ambele tipuri de linii de câmp. Intensitatea câmpului magnetic este H = 500 A/m, iar a câmpului electric E = 6280 V/m. Particulele nu suferă nicio influență din partea câmpurilor. Să se calculeze valoarea vitezei particulelor.

R: $v = 10^6\ m/s$

18. Un conductor liniar cu lungimea l = 0,2 m se rotește în jurul unuia dintre capetele sale, cu viteza unghiulară ω= 50 rad/s. Conductorul se rotește într-un câmp magnetic omogen, astfel între capetele sale apare o diferență de potențial U = 0,2 V. Să se calculeze valoarea inducției câmpului magnetic.

R: *B = 0,2 T*

19. Într-un câmp magnetic uniform cu inducția B = 2 T sunt plasați doi conductori care fac între ei unghiul α=45. Planul determinat de cei doi conductori este perpendicular pe liniile de câmp. Un al treilea conductor, normal pe unul dintre cei doi și în contact cu ei, se deplasează cu viteza v = 2 m/s. Rezistența specifică conductorilor este r = 1 Ω/m. Să se calculeze:
a) valoarea tensiunii induse și a curentului din circuit;
b) valoarea tensiunii induse, considerând câmpul magnetic, produs de un curent I = 4 A ce străbate un conductor infinit de lung, perpendicular pe planul celor trei conductori.

R: *a) e = -8 V, I = 0,58 A*
b) $e = -8\cdot 10^{-7}\ V$

20. Un solenoid cu lungimea l = 20 cm, care conține un număr total de N = 200 spire, este parcurs de un curent electric de intensitate I = 4 A. Știind că în interiorul solenoidului este vid, să se calculeze inducția magnetică a solenoidului.

R: *B = 5 mT*

21. Un electron cu viteza v = 50 km/s intră într-un câmp magnetic de inducție B = 1 T, perpendicular pe liniile de forță. Să se afle sarcina specifică a electronului dacă se cunoaște raza traiectoriei descrise de particulă.

R: $e/m = 2,5\cdot 10^{5}\ C/kg$

22. Un electron intră într-un câmp magnetic de inducție B = 2 T, perpendicular pe direcția liniilor de câmp. Știind că tensiunea la care a fost accelerat electronul este U = 5 kV, să se calculeze raza traiectoriei electronului în câmp magnetic și perioada de rotație pe traiectorie.

R: $r = 0,12\ mm, T = 1,79\cdot 10^{-11}\ s$

23. Un miez magnetic cu permeabilitatea relativă μ_r = 10, bobinat cu N_1 = 16 spire, are lungimea l_1 = 40 mm și volumul V_1 = 0,6 cm^3. Care ar trebui să fie lungimea și volumul unui miez cu permeabilitatea relativă μ_r = 4, bobinat cu N_2 = 20 spire, ca înseriind cele două bobine, să se obțină aceeași valoare a

intensității câmpului magnetic în cele două miezuri și valori egale ale inductanțelor celor doi solenoizi.

R: *l = 50 mm, V = 1,5 cm^3*

24. Un fascicul de electroni, care transportă n = 10^{10} electroni cu viteza v = 5 Mm/s, intră într-un câmp magnetic omogen de inducție B = 10 mT după o direcție perpendiculară pe câmp. Să se calculeze:
a) raza traiectoriei descrise de electroni în câmpul magnetic;
b) inductanța câmpului magnetic produs de fasciculul de electroni în centrul traiectoriei.

R: *a) r = 2,84 mm; b) B = 99,2 μT*

25. O particulă având sarcina electrică $q = 3,2 \cdot 10^{-19}\ C$ intră în zona unui câmp magnetic uniform cu inducția B = 0,665 T. Știind că la intrarea în zona câmpului magnetic viteza v = 1,6 Mm/s este perpendiculară pe direcția inducției, precum și faptul că particula descrie, în zona câmpului magnetic o circumferință de rază r = 50 mm, să se determine:

a) masa particulei;

b) frecvența rotațiilor particulei în câmpul magnetic;

c) tensiunea electrică necesară pentru a accelera particula până la viteza indicată.

R: $a)\ m = 6,65 \cdot 10^{-27}\ kg;\ b)\ \nu = 5,09\ MHz;\ c)\ U = 26,6\ kV$

26. Între polii unui electromagnet cu secțiunea S = 18 dm^2 se creează un flux magnetic ϕ = 0,45 Wb. În acest spațiu se deplasează, sub acțiunea unei forțe mecanice constante F = 0,5 N, un conductor lung de l = 30 cm. Să se determine:

a) tensiunea electromotoare indusă în conductor, atunci când acesta se deplasează cu viteza v = 60 cm/s;

b) accelerația conductorului în acel moment, în cazul în care capetele sale sunt legate printr-un fir cu rezistența R = 0,9 Ω, iar masa conductorului este m = 150 g;

c) viteza maximă pe care o poate atinge conductorul pornind din repaus.

R: *a) E = 0,45 V; b) a = 0,83 m/s^2; c) v = 0,8 m/s*

27. O particulă electrizată intră cu viteza v = 200 m/s într-un câmp magnetic uniform de inducție B = 1 T, după o direcție perpendiculară pe liniile acestuia și descrie în câmpul magnetic un sfert de cerc cu raza R = 20, 86 cm. Să se calculeze:

a) sarcina specifică a particulei;

b) tensiunea electrică necesară pentru a accelera particula până la viteza dată;
c) durata mișcării particulei în câmpul magnetic.

R: *a) q/m = 958,8 C/kg; b) U = 20,86 V; c) T = 1,64 ms*

28. O particulă încărcată electric cu sarcina $q = 1,6 \cdot 10^{-19}\ C$ intră într-un câmp magnetic uniform de inducție B = 10 mT cu viteza v = 40 Mm/s perpendiculară pe liniile de câmp magnetic. Să se determine:
a) forța care se exercită asupra particulei;
b) raza traiectoriei, perioada și frecvența rotației particulei în câmp magnetic;
c) tensiunea electrică necesară pentru a accelera particula până la viteza dată.

R: $a) F = 6,4 \cdot 10^{-14}\ N; b)\ r = 22,75\ mm, T = 3,57\ ns, \upsilon = 279,8\ MHz$

29. Un electron cu energia cinetică E_c = 10 eV se rotește într-un plan perpendicular pe liniile de forță ale unui câmp magnetic cu inducția B = 0,1 mT. Să se afle:
a) diferența de potențial sub care a fost accelerat electronul;
b) raza r a traiectoriei electronului;
c) frecvența și perioada de mișcare a electronului.

R: *a) U = 10 V; b) r = 10,6 cm; c) υ = 2,83 MHz, T = 0,35 μs*

30. Câmpul electric al unei unde electromagnetice sinusoidale este descris de ecuația $\vec{E}(y,t) = (3{,}10 \cdot 10^5\ \text{V/m})\cos[ky - (12{,}65 \cdot 10^{12}\ \text{rad/s})t]\vec{k}$.
a) În ce direcție se propagă unda?
b) Ce lungime de undă are unda electromagnetică?
c) Scrieți ecuația pentru câmpul magnetic $\vec{B}(y,t)$ din undă.

R: a) Direcția +*y*; b) $\lambda = 1{,}49 \cdot 10^{-4}$ m;
c) $\vec{B} = +(1{,}03 \cdot 10^{-3}\ \text{T})\cos[(4{,}22 \cdot 10^4\ \text{rad/m})y - (12{,}65 \cdot 10^{12}\ \text{rad/s})t]\vec{i}$.

31. O stație radio emite unde electromagnetice cu frecvența de 830kHz. Într-un punct aflat la o distanță oarecare de stație amplitudinea câmpului magnetic din unda electromagnetică emisă de stație este de $4{,}82 \cdot 10^{-11}$ T. Determinați lungimea de undă, numărul de undă, frecvența unghiulară și amplitudinea câmpului electric ale undei în punctul respectiv.

R: λ = 361 m; k = 0,0174 rad/m; $\omega = 5{,}22 \cdot 10^6$ rad/s; E_{max} = 0,0144 V/m.

32. O undă electromagnetică având frecvența 65,0 Hz se propagă printr-un dielectric cu permitivitatea electrică relativă 3,64 și permeabilitatea magnetică relativă 5,18 la această frecvență. Amplitudinea câmpului electric din unda electromagnetică este $7{,}20\cdot10^{-3}$ V/m.

a) Cu ce viteză se propagă unda prin dielectric?

b) Ce lungime de undă are unda electromagnetică?

c) Care este amplitudinea câmpului magnetic din unda electromagnetică?

R: a) $v = 6{,}91\cdot10^{7}$ m/s; b) $\lambda = 1{,}06\cdot10^{6}$ m; c) $B_{\max} = 1{,}04\cdot10^{-10}$ T.

33. O undă electromagnetică având frecvența $5{,}70\cdot10^{14}$ Hz se propagă printr-o bucată de sticlă (material dielectric) cu viteza $2.17\cdot10^{8}$ m/s.

a) Ce lungime de undă λ_s are unda electromagnetică în sticlă?

b) Ce lungime de undă λ_a are aceeași undă electromagnetică la propagarea prin aer?

c) Care este valoarea indicelui de refracție n al sticlei pentru unda electromagnetică considerată?

R: a) $\lambda_s = 3{,}81\cdot10^{-7}$ m; b) $\lambda_a = 5{,}26\cdot10^{-7}$ m; c) $n = 1{,}38$.

34. Presupunem că un telefon mobil emite unde electromagnetice sinusoidale cu lungimea de undă de 35,4 cm, iar la distanța de 250 m de telefon amplitudinea câmpului electric din unda electromagnetică este de $5{,}40\cdot10^{-2}$ V/m.

a) Ce frecvență au undele emise de telefon?

b) Ce amplitudine are câmpul magnetic al undei la 250 m de telefon?

c) Ce intensitate are unda electromagnetică la 250 m de telefon?

R: a) $\nu = 8{,}47\cdot10^{8}$ Hz; b) $B_{\max} = 1{,}80\cdot10^{-10}$ T; c) $I = 3{,}87\cdot10^{-6}$ W/m^2.

35. Un laser cu He-Ne emite un fascicul cilindric de lumină roșie cu diametrul de 2,50 mm și puterea de 5,80 mW.

a) Ce valori au amplitudinile câmpurilor electric și magnetic din radiația laser emisă?

b) Care sunt valorile medii ale densităților de energie asociate câmpului electric și respectiv câmpului magnetic din fasciculul considerat?

c) Ce energie totală conține fasciculul considerat, dacă el are lungimea de 1,00 m?

R: a) $E_{\max} = 943{,}5$ V/m, $B_{\max} = 3{,}148\cdot10^{-6}$ T; b) $w_{E,med} = w_{B,med} = 1{,}97$ μJ/m^3; c) $W = w_{med}LA = 1{,}93\cdot10^{-11}$ J.

36. Inventatorul Nikola Tesla a propus transportul energiei electrice cu ajutorul undelor electromagnetice sinusoidale.

Să presupunem că dorim să trimitem energie electrică sub forma unui fascicul cu secțiunea transversală de 100 m^2.

Cât de mare trebuie să fie amplitudinea câmpurilor electric și magnetic din unda electromagnetică necesară transmiterii prin aria indicată a unei energii electrice comparabile cu energiile folosite în mod curent în liniile de transmisie moderne (care folosesc intensități de 1000A și tensiuni de 500kV)?

R: $E_{max} = 6{,}14\cdot10^4$ V/m, $B_{max} = 2{,}05\cdot10^{-4}$ T.

37. Considerăm un model clasic al atomului de hidrogen, în care electronul acestuia se mișcă pe o traiectorie circulară cu raza de 0,0529 nm iar energia sa cinetică este de 13,6 eV.

Folosiți ecuația de la problema precedentă pentru a calcula energia radiațiilor electromagnetice emise de electronul atomului de hidrogen în unitatea de timp, conform acestui model clasic.

Analizați rezultatul și spuneți dacă modelul folosit pentru atomul de hidrogen este apropiat de realitate.

R: $\dfrac{dE}{dt} = 4{,}64\cdot10^{-8}\ \text{J/s} = 2{,}89\cdot10^{11}\ \text{eV/s}.$

38. Câmpul magnetic al unei unde electromagnetice sinusoidale este descris de ecuația $\vec{B}(x,t) = -\,(8{,}25\cdot10^{-9}\ \text{T})\cos[(1{,}38\cdot10^4\,\text{rad/m})x + \omega t]\,\vec{j}$.

a) În ce direcție se propagă unda?

b) Ce frecvență are unda electromagnetică?

c) Scrieți ecuația pentru câmpul electric $\vec{E}(x,t)$ din undă.

R: a) Direcția $-x$; b) $\nu = 6{,}59\cdot10^{11}$ Hz;

$$\vec{E}(x,t) = -\,(2{,}48\ \text{V/m})\cos[(1{,}38\cdot10^4\ \text{rad/m})x + (4{,}14\cdot10^{12}\ \text{rad/s})t]\,\vec{k}\ .$$

39. O valoare aproximativă a intensității radiațiilor electromagnetice emise de Soare și care ajung pe Pământ este 1,4 kW/m^2.

a) Aflați valorile amplitudinilor câmpurilor electric și magnetic din radiația emisă de Soare, pentru intensitatea de mai sus, dacă presupunem că radiațiile electromagnetice emise sunt sinusoidale.

b) Dacă distanța medie dintre Soare și Pământ este de $1{,}5\cdot10^{11}$ m, aflați puterea radiației electromagnetice emise de Soare.

R: a) $E_{max} = 1{,}03\cdot10^3$ N/C, $B_{max} = 3{,}43\cdot10^{-6}$ T; b) $P = 4{,}0\cdot10^{26}$ W.

40. O sursă de unde electromagnetice sinusoidale emite radiații uniform în toate direcțiile. La distanța de 10 m față de sursă, amplitudinea câmpului electric al undei este de 3,5 N/C. Cât este amplitudinea câmpului electric al undei la distanța de 20 cm față de sursă?

R: $E_{0,20} = 50E_{10} = 175$ V/m.

41. Un inel conductor subțire are raza de 7,50 cm. O undă electromagnetică sinusoidală, polarizată liniar, se propagă prin aer și trece prin inel astfel încât câmpul magnetic al undei este perpendicular pe planul inelului. Intensitatea undei electromagnetice în regiunea inelului este 0,0275 W/m^2, iar lungimea de undă a undei este de 6,90 m. Care este valoarea maximă a tensiunii electromotoare induse în inel?

R: $e_{max} = 73{,}3$ mV.

CAPITOLUL VII

FIZICĂ ATOMICĂ ȘI NUCLEARĂ

7.1. Noțiuni de teorie

FIZICĂ ATOMICĂ

Fizica atomică este domeniul fizicii care studiază atomii ca un sistem izolat format din electroni și un nucleu atomic.

- Deviația electronului în câmp electromagnetic

  a) în câmp electric transversal: $\delta_e = \frac{e}{m} \cdot \frac{U}{d} \cdot \frac{1}{v^2}\left(D + \frac{1}{2}\right)$

  b) în câmp magnetic transversal: $\delta_e = r = \frac{m}{e} \cdot \frac{v}{m}$

- Formula Balmer: $\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

- Postulatele Bohr:

  a) postulatul I: $mv_k r_k = k\frac{h}{2\pi}$

  b) postulatul al II-lea: $\nu_{n,k} = \frac{W_n - W_k}{h}$

  c) energia stărilor staționare: $W_k = -\frac{e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^2 k^2}$

  d) viteza electronului pe orbită: $v_k = \frac{1}{k} \cdot \frac{e^2}{2\varepsilon_0 h}$

  e) raza orbitei electronice: $r_k = k^2\frac{h^2\varepsilon_0}{me^2}$

- Legea Moseley: $\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc\left(Z - a\right)^2\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

FIZICĂ NUCLEARĂ

Fizica nucleară este domeniul fizicii care studiază nucleele atomice și constituenții și interacțiunea lor.

- Defectul de masă nuclear: $m = Zm_p + (A - Z)m_a - M$
- Energia de legătură nucleară: $\Delta W = \Delta mc^2$
- Legea dezintegrării radioactive: $N = N`e^{-\lambda t}$
- Activitatea radioactivă: $\Lambda = -\dfrac{dN}{dt} = \lambda N`e^{-\lambda t} = \lambda N = \Lambda_0 e^{-\lambda t}$
- Energia eliberată într-o reacție nucleară: $\Delta W = \left(\sum m_1 - \sum m_2\right)c^2$
- Legile Soddy-Fajans:
  a) pentru dezintegrare α: ${}_Z X^A \xrightarrow{\alpha} {}_{Z-2}Y^{A-4} + {}_2He^4$
  b) pentru dezintegrare β: ${}_Z X^A \xrightarrow{\beta} {}_{Z+1}Y^A + {}_{-1}e^0$

7.2. Probleme propuse

1. Calculați lungimile de undă minime din seriile Lyman și Balmer ale atomului de hidrogen.

R: $\lambda_{L\min} = 91,7nm$, $\lambda_{B\min} = 367nm$.

2. Exprimați cea mai mică lungime de undă din seria Balmer în funcție de cea mai mică lungime de undă din seria Lyman.

R: $\lambda_{B\min} = 5,4\lambda_{L\min}$.

3. Ce energie are atomul de hidrogen în starea excitată pentru care revenirea în stare fundamentală se face prin emisia a doi fotoni cu lungimile de undă $\lambda_1 = 651,3nm$ și $\lambda_2 = 121,5nm$.

R: $E = -1,05 \cdot 10^{-19} J = -1,68eV$.

4. Cu ce tensiune trebuie accelerat un fascicul de electroni pentru ca prin ciocnirea electronilor cu atomii de hidrogen, aceștia să emită două linii spectrale în domeniul vizibil?

R: $U = 12,75V$.

5. Să se calculeze:

a) valorile razelor primelor două orbite ale atomului de hidrogen (r_1, r_2);

b) valorile vitezelor pe aceste orbite (v_1, v_2);

c) valorile accelerațiilor (a_1, a_2).

R: a) $r_1 = 52,9 \cdot 10^{-12} m$, $r_2 = 211,6 \cdot 10^{-12} m$;

b) $v_1 \approx 2,19 \cdot 10^6 \, m/s$, $v_2 \approx 1,09 \cdot 10^6 \, m/s$;

c) $a_1 \approx 90 \cdot 10^{21} \, m/s^2$, $a_2 \approx 5,56 \cdot 10^{21} \, m/s^2$.

6. Să se determine, pe ce orbită viteza electronului atomului de hidrogen atinge valoare $v = 734 \, km/s$.

R: $k = 3$.

7. Un atom de hidrogen excitat are numărul cuantic principal $n = 2$. Să se calculeze valoarea energiei în starea excitată.

R: $W = 16,72 \cdot 10^{-19} J$.

8. Să se determine de câte ori se mărește raza orbitei la atomul de hidrogen, dacă este excitat cu o cuantă de energie $W = 12,09 eV$.

R: de 9 ori.

9. Cea mai mare valoare a lungimii de undă din seria spectrală Lyman a hidrogenului este $\lambda_L = 121,6 nm$. Să se calculeze valoarea maximă a lungimii de undă din seria spectrală Balmer.

R: $\lambda_B = 656,6 \cdot 10^{-9} m$.

10. Să se estimeze energia de legătură a nucleelor de tritiu și heliu și să se indice care dintre ele are stabilitate mai mare.

R: $W_1 = 13,6 \cdot 10^{-13} J$, $W_2 = 12,32 \cdot 10^{-13} J$

Nucleul de ${}_1H^3$ este mai stabil decât cel de ${}_2He^3$.

11. Să se estimeze energia de legătură a nucleelor de ${}_{92}U^{235}$ și ${}_{92}U^{238}$ și să se indice care dintre ele este mai stabil.

R: $W_1 = 285,76 \cdot 10^{-12} J$, $W_2 = 208,64 \cdot 10^{-12} J$

Nucleul de ${}_{92}U^{238}$ este mai stabil decât cel de ${}_{92}U^{235}$.

12. Să se estimeze energia de legătură pentru un nucleon la nucleele de ${}_{4}Be^{9}$, ${}_{29}Cu^{64}$ și ${}_{47}Ag^{108}$.

R: $W_{n_1} = 102,08 \cdot 10^{-12} J$, $W_{n_2} = 140 \cdot 10^{-12} J$, $W_{n_3} = 136,96 \cdot 10^{-12} J$.

13. Să se determine după cât timp se dezintegrează 75% din atomii unui preparat de ${}_{84}Po^{210}$, dacă dezintegrarea are loc continuu.

R: $t = 276 \cdot 10^{-2} s$.

14. Să se calculeze valoarea timpului de înjumătățire la atomul de ${}_{83}Bi^{210}$, știind că $1kg$ de Bi emite $1,58 \cdot 10^{16}$ particule β în timpul $t = 1s$.

R: $T = 5,02 \cdot 10^{-2} s$.

15. Un preparat al izotopului radioactiv ${}_{77}Ir^{192}$ cântărește $m = 5g$. Să se calculeze:

a) Valoarea numărului de nuclee dezintegrate în timpul $t = 1s$.

b) Valoarea numărului de atomi care rămân după timpul $T = 30z$.

R: a) $\Delta N = 1,68 \cdot 10^{15} s^{-1}$, b) $N = 1,19 \cdot 10^{22}$.

16. Să se calculeze numărul de particule β pe care le emite $1g$ de ${}_{90}Th^{232}$ în timpul $t = 1s$.

R: $\Delta N = 4075 s^{-1}$.

17. O masă $m = 1kg$ de ${}_{92}U^{238}$ se dezintegrează în timpul $\Delta t = 1s$. Să se calculeze valoarea numărului de nuclee ce se dezintegrează și valoarea activității radioactive după acest timp.

R: $\Delta N = 1,236 \cdot 10^{7} s^{-1}$, $\Lambda = 0,33 \cdot 10^{-3} Cu$.

18. Un filament de ${}_{88}Ra^{226}$ ce are masa $m = 18ng$, se găsește la distanța $d = 1cm$ de un ecran fluorescent cu suprafața $S = 0,03cm^2$. Să se estimeze numărul de scintilații de pe ecran în timpul $\Delta t = 60s$.

R: $n = 100$.

19. O sursă de ${}_{88}Ra^{226}$ se găsește la distanța $d=1,2cm$ de un ecran fluorescent cu suprafața $S=0,602cm^2$. În timpul $\Delta t=60s$ se înregistrează $n=42$ scintilații. Să se calculeze masa sursei.

R: $m\approx 1,9\cdot 10^{-13}kg$.

20. Orice minereu radioactiv conține întotdeauna Pb, care apare ca produs final de dezintegrare. Se cunoaște că seria Th conține la sfârșit izotopul radioactiv ${}_{82}Pb^{208}$. Se cunoaște vârsta Th într-un minereu, ca fiind $4\cdot 10^9 ani$ și masa sa, $m=1kg$. Să se estimeze masa Pb din minereu.

R: $m_{Pb}\approx 0,81kg$.

21. O sursă de ${}_{88}Ra^{226}$ emite în timpul $t=1s$, $n=3,7\cdot 10^{10}$ particule α cu viteza $v=15Mm/s$. Să se calculeze valoarea energiei eliberate în timpul $t=1h$.

R: $W\approx 103J$.

22. Unui bolnav i se administrează intravenos $1cm^3$ de soluție, ce conține izotopul ${}_{11}Na^{24}$. Activitatea inițială a izotopului este $\Lambda_0=2000s^{-1}$. După timpul $t=5h$, se recoltează $1cm^3$ de sânge ce prezintă o activitate $\Lambda=0,27s^{-1}$. Să se estimeze volumul de sânge al bolnavului.

R: $V\approx 6\cdot 10^{-3}m^3$.

23. Prin bombardarea nucleelor de ${}_4Be^9$ și ${}_5B^{11}$ se emit neutroni. Să se scrie reacțiile nucleare respective și să se estimeze energiile degajate în aceste reacții.

R: ${}_4Be^9+{}_2He^4\rightarrow\left({}_6C^{13}\right)\rightarrow{}_6C^{12}+{}_0n^1$,

$W_1=5,6\cdot 10^6eV=0,9\cdot 10^{-12}J$,

${}_5B^{11}+{}_2He^4\rightarrow\left({}_7N^{15}\right)\rightarrow{}_7N^{14}+{}_0n^1$,

$W_2=0,14\cdot 10^6eV=0,02\cdot 10^{-12}J$.

24. Să se estimeze valoarea energiei absorbite în cursul reacției nucleare: ${}_4Be^9+{}_2He^4\rightarrow\left({}_6C^{13}\right)\rightarrow 3\,{}_2He^4+{}_0n^1$.

R: $W=0,25\cdot 10^{-12}J$.

25. Nucleul de ${}_4Be^9$ absoarbe deuteroni și se transformă în nuclee de ${}_5B^{10}$. Să se scrie ecuația reacției și să se estimeze valoarea energiei degajate.

R: ${}_4Be^9 + {}_1D^2 \to \left({}_5B^{11}\right) \to {}_5B^{10} + {}_0n^1$, $W = 0,7 \cdot 10^{-12} J$.

26. Prin bombardarea nucleului atomului de ${}_5B^{10}$ cu nuclee de deuteriu, are loc următoarea reacție:

$${}_5B^{10} + {}_1D^2 \to \left({}_6C^{12}\right) \to 3\,{}_2He^4$$

Să se estimeze valoarea energiei degajate în această reacție.

R: $W = 17,94 \cdot 10^6 eV = 2,87 \cdot 10^{-12} J$.

27. Să se calculeze valoarea minimă a energiei cuantelor, necesară pentru a fisiona nuclee de ${}_4Be^9$ și ${}_6C^{12}$ conform reacțiilor:

$${}_4Be^9 + h\nu \to 2\,{}_2He^4 + {}_0n^1$$

$${}_6C^{12} + h\nu \to 3\,{}_2He^4$$

R: $W_1 = 0,25 \cdot 10^{-12} J$, $W_2 = 1,16 \cdot 10^{-12} J$.

28. Să se estimeze energia minimă, necesară neutronilor, pentru a putea genera următoarea reacție:

$${}_{14}Si^{28} + {}_0n^1 \to {}_{13}Al^{28} + {}_1H^1$$

R: $W_{\min} = 0,4 \cdot 10^{-12} J$.

29. Puterea unui reactor este $N = 1MW$. Prin fisionarea unui atom de ${}_{92}U^{235}$, se degajă o energie $W = 200MeV$. Să se calculeze masa de ${}_{92}U^{235}$ consumată de reactor în timpul $t = 1h$.

R: $m \approx 44 \cdot 10^{-3} g$.

30. Să se calculeze valoarea energiei degajată la formarea masei $m = 1g$ de heliu din protoni și neutroni.

R: $W = 658 \cdot 10^9 J$.

31. Să se estimeze cantitatea de cărbune necesară pentru o termocentrală, pentru a se obține aceeași cantitate de căldură ca la o centrală atomică, pentru un consum de $1g$ de ${}_{92}U^{235}$.

R: $m = 2,8 \cdot 10^6 kg$.

32. Reacțiile termonucleare care au loc în soare au ca rezultat final transformarea a patru atomi de hidrogen într-un atom de heliu. Similare sunt reacțiile termonucleare ale bombei cu hidrogen sau din diferite instalații de cercetare. Să se estimeze necesarul de apă, pentru a transforma în heliu $4g$ de hidrogen.

R: $m \approx 1,54 \cdot 10^6 kg$.

33. Nucleul de ${}_{92}U^{235}$ absoarbe neutroni termici. Să se scrie reacția respectivă.

R: ${}_{92}U^{235} + {}_{0}n^{1} \rightarrow {}_{54}Xe^{139} + {}_{38}Sr^{95} + 2\,{}_{0}n^{1}$.

34. O centrală atomoelectrică consumă $0,1kg$ de ${}_{92}U^{235}$ în timpul $t = 24h$ și funcționează cu randamentul $\eta = 16\%$. Să se estimeze puterea electrică a centralei.

R: $P = 15 \cdot 10^6 W$.

35. Atât electronul cât și pozitronul au nevoie de aceeași energie, $200MeV$, pentru a trece în doi fotoni identici. Să se calculeze:

a) valoarea energiei fotonului;

b) valoarea lungimii de undă a fotonului.

R: a) $\varepsilon = 750keV \approx 0,12 \cdot 10^{-12} J$; b) $\lambda = 1,65 \cdot 10^{-12} m$.

36. Să se calculeze vârsta unei roci terestre, dacă numărul de nuclee de ${}^{238}U$, cu timpul de înjumătățire $T = 4,5 \cdot 10^9 ani$, dezintegrate în decursul vremii dintr-un mol de uraniu conținut în roca radioactivă, este $N = 2,22 \cdot 10^{23}$.

R: $t = 6,9 \cdot 10^9 ani$.

37. Cunoscând valorile constantei Rydberg $R = 3,29 \cdot 10^{15} Hz$, constanta lui Planck $h = 6,6 \cdot 10^{-34} J \cdot s$ și viteza luminii în vid, să se determine:

a) cea mai mare lungime de undă pe care o poate avea o linie spectrală Balmer și numerele cuantice corespunzătoare nivelelor între care se produce respectiva tranziție;

b) valorile energiei totale a electronului atomului de hidrogen, corespunzând celor două stări cuantice.

R: a) $\lambda_{\max} = 656,5nm$; b) $E_n = -3,39eV$ și $-2,41eV$.

38. Fie un atom de hidrogen în starea cu număr cuantic principal $n = 2$. Se cere:

a) lungimea de undă a radiației emise de atom la tranziția în stare fundamentală;

b) viteza electronului pe orbita stării $n = 2$;

c) numărul de rotații efectuate de electron în jurul nucleului, când atomul se află în starea $n = 2$, știind că atomul se află în această stare într-un interval de timp $\tau = 10ns$, după care revine la starea fundamentală.

R: a) $\lambda = 121nm$; b) $v = 1,1 Mm/s$; c) $N = 8,3 \cdot 10^6 rot$.

39. Se consideră un atom de hidrogen în prima stare excitată. Să se determine:

a) energia cinetică a electronului în această stare;

b) lungimea de undă maximă a radiației care poate ioniza atomul aflat în această stare;

c) lungimea de undă a radiației emise în cazul tranziției la starea fundamentală.

R: a) $E_c = 3,39eV$; b) $\lambda_{\max} = 365nm$; c) $\lambda = 121,6nm$.

40. Se consideră dezintegrarea α a nucleului de poloniu ${}_{84}Po^{212} \to \alpha + {}_{82}Pb^{208}$. Să se calculeze:

a) energia în MeV eliberată la emisia unei particule α de către nucleul de poloniu aflat inițial în repaus;

b) viteza nucleului de plumb.

R: a) $E = 8,98MeV$; b) $v_{Pb} = 396 km/s$.

41. Într-un tub de raze X spectrul continuu de raze X are limita spre lungimi de undă scurte $\lambda_0 = 0,41\overset{o}{A}$. Să se calculeze:

a) energia acestor fotoni;

b) tensiunea de accelerare a electronilor din tubul de raze X care au produs acest spectru;

c) lungimea de undă De Broglie asociată acestor electroni (se va folosi aproximația nerelativistă).

R: a) $E_0 = 30,2keV$; b) $U = 30,2keV$; c) $\lambda = 7,05 \cdot 10^{-12} m$.

42. O țintă de ${}_3Li^7$ este bombardată cu protoni având energia $E_p = 2,0MeV$. Se observă particule α sub un unghi de $\pi/2$ față de direcția protonilor incidenți. Se cere:

a) să se scrie reacția nucleară care are loc;

b) să se calculeze energia de reacție și energia particulelor α emise sub unghiul $\pi/2$;

c) care este unghiul θ și energia celeilalte particule, asociată cu particula α observată.

R: a) ${}_3Li^7 + {}_1p^1 \to {}_2\alpha^4 + {}_2\alpha^4$; b) $E = 17,37MeV$; c) $\theta \cong 77°$.

43. Izotopul radioactiv ${}_{88}Ra^{226}$ face parte din seria radioactivă a uraniului, serie care se termină cu izotopul stabil ${}_{82}Pb^{206}$. O masă $m_0 = 0,2g$ uraniu pur este închisă ermetic într-o incintă de volum $V = 100cm^3$. Să se calculeze:

a) activitatea inițială a acestei cantități de radiu;

b) timpul după care masa de uraniu se micșorează cu $m' = 20mg$;

c) presiunea parțială a heliului în incintă după acest interval de timp; se presupune că toți atomii de heliu care rezultă din dezintegrarea radiului până la plumb reușesc să iasă din preparatul radioactiv; incinta se află la temperatura $t = 27°C$.

R: a) $\Lambda_0 = 7,22 \cdot 10^9 Bq$; b) $t = 0,23ani$; c) $p = 11Pa$.

44. Lungimea de undă minimă a radiației X de frânare este $0,2 \cdot 10^{-10} m$. Să se calculeze:

a) tensiunea de accelerare a electronilor;

b) lungimea de undă asociată electronilor;

c) de câte ori trebuie mărită tensiunea de accelerare pentru a reduce lungimea de undă minimă la jumătate?

R: a) $U = 6,2 \cdot 10^4 V$; b) $\lambda = 4,9pm$; c) $U` = 2U$.

45. Într-un tub de raze X anodul este confecționat din argint. Dacă tensiunea de accelerare este $U = 100kV$, diferența dintre lungimea de undă minimă a spectrului continuu și lungimea de undă a liniei K_α este $\Delta\lambda$. Cu cât trebuie modificată tensiunea de accelerare pentru ca această diferență să scadă de două ori?

R: $\Delta U = -64kV$.

CAPITOLUL VIII

FIZICA SEMICONDUCTORILOR

8.1. Noțiuni de teorie

- ***CONDUCȚIA ELECTRICĂ ÎN METALE ȘI ÎN SEMICONDUCTORI***

Conductivitatea electrică este un fenomen important în studiul materialelor electrice, având aplicații în electronica modernă, ingineria electrică și fizica solidului. Aceasta descrie capacitatea unui material de a conduce curentul electric, depinzând de structura atomică și caracteristicile materialului.

Conducția în metale

Structura cristalină: Metalele au o structură cristalina regulată, care permite electronilor să se miște liber.

- *Electroni de conducție*: Conducția electrică în metale se datorează electronilor liberi sau „electronilor de conducție”, care sunt electroni de valență disociați de atomii lor și pot călători liber prin rețeaua cristalina.
- *Conductivitate:* Conductivitatea electrică σ este definită ca $\sigma = \frac{1}{\rho}$, unde ρ este rezistivitatea materialului.

Factori care influențează conductivitatea

- *Temperatura:* Conducția în metale scade odată cu creșterea temperaturii, datorită creșterii agitației termice a atomilor, care interferează cu mișcarea electronilor.
- *Impuritățile:* Prezența impurităților în metal poate modifica semnificativ conductivitatea electrică.

Semiconductori

- ***Semiconductori intrinseci*** sunt materiale care nu conțin impurități. Exemple: siliciu (Si) și germaniu (Ge).
- *Conducția electrică:* Conducția în semiconductori intrinseci este generată de electroni și „goluri” (absențe de electroni în bandă).
- *Goluri și electroni:* La temperaturi mai ridicate, electronii din banda de valență pot trece în banda de conducție, generând electroni liberi și goluri.

Concentrația purtătorilor de sarcină depinde de temperatura și de energia de bandă a semiconductorului.

- ***Semiconductori extrinseci*** sunt materiale care au fost dopate cu impurități pentru a modifica conductivitatea. Aceste dopaje pot fi de tip n (donori de electroni) sau de tip p (acceptori de electroni).
  - **Dopare de tip n**: Introducerea de atomi donori (ex. fosfor în siliciu) crește concentrația electronilor liberi.
  - **Dopare de tip p**: Introducerea de atomi acceptori (ex. bor în siliciu) generează goluri, crescând concentrația acestora.

- *Viteza de transport a purtătorilor:* $\overrightarrow{v_p} = \mu_p \vec{E}$, $\overrightarrow{v_n} = -\mu_n \vec{E}$
- *Forța ce acționează asupra electronilor:* $\vec{F} = \pm e\vec{E}$
- *Intensitatea curentului electric:* $I = enSv$
- *Densitatea de curent:* $\vec{j} = \sigma\vec{E} = \frac{1}{\rho}\vec{E}$
- *Tensiunea electrică:* $U = \vec{E} \cdot \vec{d}$
- *Relația dintre densitatea de curent și viteza de transport:* $\overrightarrow{j_p} = ep\overrightarrow{v_p}$, $\overrightarrow{j_n} = -en\overrightarrow{v_p}$, $\vec{j} = \overrightarrow{j_p} + \overrightarrow{j_n}$
- *Conductivitatea semiconductoarelor cu impurități:* $\sigma = e\left(p\mu_p + n\mu_n\right)$
- *Conductivitatea semiconductoarelor intrinseci:* $\sigma = en_i\left(\mu_p + \mu_n\right)$

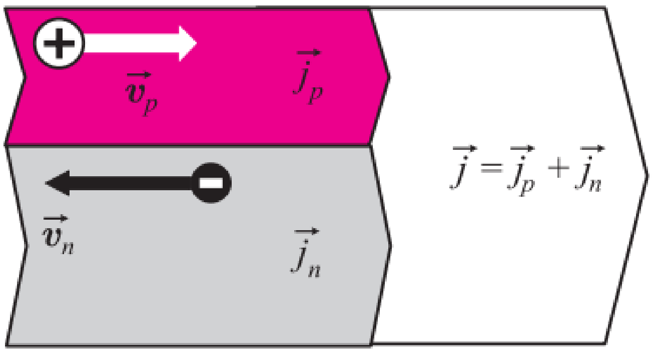


Fig. 8.1. Densitățile de curent electronic și de goluri

- ***JONCȚIUNEA P-N. DIODA SEMICONDUCTOARE***

Funcționarea Dioda Semiconductoare

Polarizarea Directă

Atunci când dioda este polarizată direct (anodul la tensiune pozitivă și catodul la tensiune negativă), câmpul electric intern este redus. Acest lucru permite electronilor să se deplaseze din zona n în zona p, generând un curent electric.

- ***Relația I-U:*** Curentul electric I care trece prin diodă crește exponențial cu tensiunea U aplicată, conform relației:

$$I = I_S\left(e^{\frac{eU}{k_BT}} - 1\right)$$

unde I_S este curentul invers de saturație, e este sarcina electrică, k_B este constanta lui Boltzmann și T este temperatura în Kelvin.

Polarizarea Inversă

Atunci când dioda este polarizată invers (anodul la tensiune negativă și catodul la tensiune pozitivă), câmpul electric intern devine mai puternic, împiedicând curentul să circule.

- ***Curentul Invers:*** Chiar și în polarizarea inversă, există un curent foarte mic, denumit curent invers, datorat purtătorilor de sarcină minoritari.

Caracteristicile Diodelor Semiconductoare

Tensiunea de Barieră

- ***Potențialul de Barieră:*** Tensiunea necesară pentru a permite curentului să circule în direcția directă este cunoscută sub numele de tensiune de barieră, care este în general de 0,7 V pentru siliciu și 0,3 V pentru germaniu.

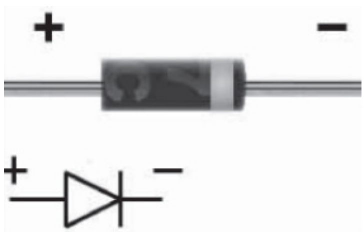


Fig. 8.2. Dioda semiconductoare (imagine și simbol).

Caracteristica Curent-Tensiune

- ***Grafic**:* Caracteristica curent-tensiune a diodei semiconductoare este non-liniară, având o regiune activă în polarizarea directă și o regiune de blocare în polarizarea inversă.

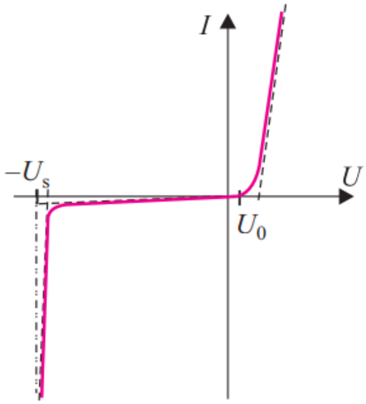


Fig. 8.3. Caracteristica unei diode semiconductoare. U_0 este tensiunea de deschidere, iar U_S este tensiunea (inversă) de străpungere.

8.2. Probleme propuse

1. Determinați viteza de transport a electronilor într-un fir de cupru cu diametrul $d = 2mm$ prin care trece un curent $I = 20mA$. Se cunosc pentru cupru: masa molară $M = 63,5\,kg/kmol$, valența $n = 1$ și densitatea $\rho = 8960\,kg/m^3$.

R: $4,7\cdot 10^{-4}\,m/s$.

2. Într-un conductor de cupru cu lungimea $l = 1m$ se aplică o tensiune $U = 0,5V$. Pentru cupru se cunosc următoarele: conductivitatea electrică $\sigma = 5,8\cdot 10^7\,\Omega^{-1}m^{-1}$, densitatea $\rho = 8960\,kg/m^3$, masa molară $M = 63,5\,kg/kmol$ și valența $n = 1$. Să se calculeze:

a) mobilitatea electronilor;
b) timpul mediu dintre două ciocniri ale electronilor cu ionii rețelei;
c) densitatea curentului electric care străbate conductorul.

R: a) $\mu = 4,27\cdot 10^{-3}\,m^2/Vs$; b) $t = 2,43\cdot 10^{-14}\,s$; c) $j = 2,89\cdot 10^7\,A/m^2$.

3. Într-un circuit de curent continuu, lungimea totală a unui conductor de cupru care leagă sursă de consumator este $l = 12m$. Cunoscând căderea de tensiune pe conductor $U = 6V$, să se calculeze:

a) forța ce acționează asupra electronilor;

b) viteza de transport a electronilor $\left(\mu = 3,6 \cdot 10^{-3}\, m^2/Vs\right)$;

c) timpul în care un electron străbate circuitul.

R: a) $F = 8 \cdot 10^{-20} N$; b) $v = 1,8 \cdot 10^{-3}\, m/s$; c) $t \cong 6666,67s$.

4. Într-un cristal de siliciu intrinsec concentrația purtătorilor de sarcină este $n_i = 1,5 \cdot 10^{16} m^{-3}$, iar mobilitățile lor sunt $\mu_n = 0,14\, m^2/Vs$ pentru electroni, respectiv $\mu_p = 0,05\, m^2/Vs$ pentru goluri. Să se calculeze:

a) rezistivitatea electrică a cristalului;

b) viteza purtătorilor de sarcină și densitatea de curent dacă intensitatea câmpului electric este $E = 150\, V/m$.

R: a) $\rho = 219,3\Omega m$; b) $v_n = 21\, m/s$; $v_p = 7,5\, m/s$; $j = 6,84 \cdot 10^{-2}\, A/m^2$.

5. Unui cristal de siliciu intrinsec cu lungimea $l = 2cm$ și secțiunea $S = 0,5mm^2$ i se aplică tensiunea $U = 3V$. Cunoscând mobilitățile purtătorilor de sarcină $\mu_n = 0,12\, m^2/Vs$, respectiv $\mu_p = 0,04\, m^2/Vs$ și concentrația intrinsecă $n_i = 1,5 \cdot 10^{16} m^{-3}$ să se calculeze:

a) vitezele de transport ale electronilor și ale golurilor;

b) rezistivitatea cristalului de Si;

c) intensitatea curentului electric.

R: a) $v_n = 18\, m/s$; $v_p = 6\, m/s$; b) $\rho = 2,6\Omega m$;

c) $I = 2,88 \cdot 10^{-7} A$.

6. Un cristal de siliciu este dopat cu atomi donori, iar concentrația electronilor devine de $k = 1,5$ ori mai mare decât concentrația electronilor din semiconductorul intrinsec. Cunoscând concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină $n_i = 3 \cdot 10^{16} m^{-3}$, calculați:

a) concentrația golurilor;

b) concentrația atomilor donori.

R: a) $p = 2 \cdot 10^{16} m^{-3}$; b) $N_d = 1,5 \cdot 10^{16} m^{-3}$.

7. Un cristal de siliciu cu conducție de tip n are lungimea $l = 2cm$ și secțiunea $S = 6mm^2$. I se aplică o tensiune $U = 3V$. Cunoscând concentrația acceptorilor complet ionizați $N_a = 5 \cdot 10^{17} m^{-3}$, mobilitățile purtătorilor de sarcină $\mu_n = 0{,}13\, m^2/Vs$, respectiv $\mu_p = 0{,}05\, m^2/Vs$ și concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină $n_i = 2{,}5 \cdot 10^{16} m^{-3}$, calculați:

a) concentrația golurilor și electronilor;
b) raportul dintre conductivitatea de goluri și cea electronică;
c) densitatea de curent electric prin semiconductor.

R: a) $p = 5 \cdot 10^{17} m^{-3}$; $n = 1{,}25 \cdot 10^{15} m^{-3}$;
b) $\sigma_p/\sigma_n = 15{,}38$; c) $j \cong 0{,}064\, A/m^2$.

8. Un cristal de germaniu este dopat cu atomi donori în concentrație de $N_d = 2 \cdot 10^{15} cm^{-3}$ și cu atomi acceptori în concentrație de $N_a = 5 \cdot 10^{15} cm^{-3}$. Știind că rezistivitatea cristalului intrinsec este $60\Omega m$, calculați:

a) concentrația golurilor din semiconductorul intrinsec;
b) densitatea de curent din semiconductorul dopat dacă intensitatea câmpului electric este $E = 3\, V/cm$.

Se cunosc: $\mu_n = 3000\, cm^2/Vs$, $\mu_p = 1500\, cm^2/Vs$.

R: a) $p = 5 \cdot 10^{15} cm^{-3}$; b) $j \cong 0{,}036\, A/m^2$.

9. Rezistența unui element neliniar variază în funcție de intensitate conform relației $r = r_0 + B \cdot I$, unde $B = 0{,}4\,\Omega/A$ și $r_0 = 25\Omega$. Acest element este legat în serie cu un rezistor de rezistență $R = 10\Omega$ la o sursă cu tensiunea $U = 40V$. Calculați intensitatea curentului și căderile de tensiune pe cele două elemente de circuit.

R: $I \cong 1{,}125A$; $U_R \cong 11{,}25V$; $U_r \cong 28{,}65V$.

10. Caracteristica curent-tensiune a unei diode este descrisă de relația $I = I_S\left(e^{\frac{eU}{k_B T}} - 1\right)$. La temperatura $T = 350K$ o diodă are intensitatea curentului invers de saturație $I_S = 0{,}5\mu A$. Să se determine intensitățile curenților care trec prin diodă dacă aceasta este polarizată direct cu tensiunea $U = 0{,}3V$ și apoi invers cu $U = -0{,}2V$.

R: $I_d \cong 10{,}47mA$; $I_{inv} = -0{,}499\mu A$.

11. Printr-o diodă trece o intensitate de $I_1 = 200mA$ atunci când aceasta este polarizată direct cu o tensiune $U_1 = 0,4V$. Calculați intensitatea curentului electric care trece prin diodă atunci când este polarizată invers cu tensiunea $U_2 = -1,5V$. Se cunoaște mărimea $U_T = k_B T/e = 0,025V$.

R: $I_2 = -22,5nA$.

12. Cu cât trebuie mărită tensiunea directă aplicată pe o joncțiune p-n pentru ca intensitatea curentului să crească de $e = 2,71$ ori? Temperatura cristalului este $T = 350K$ (se poate aproxima dependența intensității curentului de tensiune aplicată prin relația $I \approx I_S e^{\frac{eU}{k_B T}}$).

R: $\Delta U = 0,0302V$.

13. În unele cazuri caracteristica diodei semiconductoare se poate aproxima cu o dreaptă ce trece prin origine, în alte cazuri această dreaptă intersectează axa tensiunii în punctul U_0.

a) Care este semnificația fizică a tensiunii U_0?

b) Dacă intensitatea prin diodă este $I = 10mA$, ce valoare are căderea de tensiune pe diodă în cele două cazuri?

c) Determinați rezistența dinamică $\left(R_d = \Delta U/\Delta I\right)$ a diodei pentru cele două caracteristici.

d) Calculați rezistența statică a diodei în cele două cazuri pentru tensiunea $U = 0,6V$.

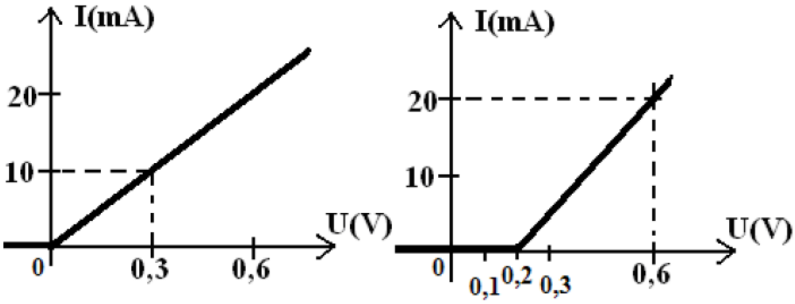


Fig. 8.4. Figura corespunzătoare problemei 13.

R: b) $U_{d1} = 0,3V$; $U_{d2} = 0,4V$;

c) $R_{d1} = 30\Omega$; $R_{d2} = 20\Omega$; d) $R_{s1} = 30\Omega$; $R_{s2} = 30\Omega$.

14. Determinați intensitatea curentului în circuitul din Fig. 8.5. Pentru caracteristica diodei considerați cele două cazuri din Fig. 8.4. Se cunosc: $E = 5V$, $r = 1\Omega$ și $R = 10\Omega$.

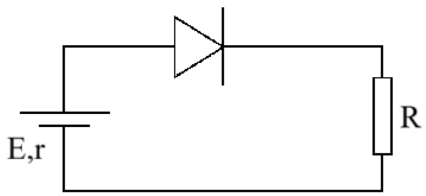


Fig. 8.5. Figura corespunzătoare problemei 14.

R: $I_1 = 0{,}12A$; $I_2 = 0{,}15A$.

15. În Fig. 8.6 este reprezentat un circuit care conține o diodă ideală și caracteristica curent-tensiune a acestei diode. Cunoscând $E_1 = 12V$, $E_2 = 4V$, $R_1 = 18k\Omega$ și $R_2 = 12k\Omega$ calculați căderea de tensiune pe rezistorul R_2.

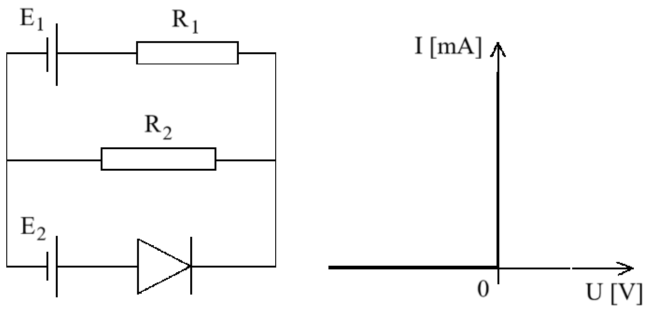


Fig. 8.6. Figura corespunzătoare problemei 15.

R: $4{,}8V$.

16. În Fig. 8.7 este reprezentat un circuit care conține o diodă ideală și caracteristica curent-tensiune a acestei diode. Cunoscând $E_1 = 3V$, $E_2 = 2V$, $R_1 = 4k\Omega$ și $R_2 = 1k\Omega$ calculați intensitatea curentului electric care trece prin diodă.

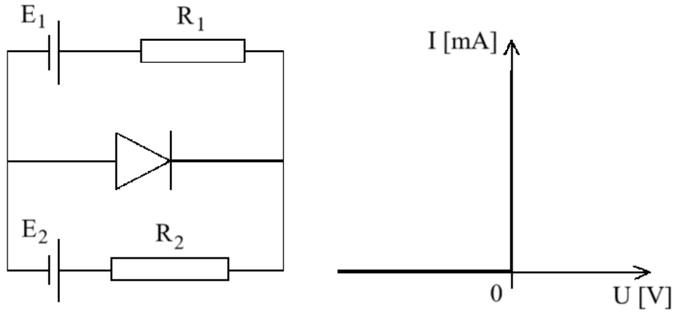


Fig. 8.7. Figura corespunzătoare problemei 16.

R: $1,25mA$.

17. În Fig. 8.8. este reprezentat un circuit care conține o diodă ideală și caracteristica curent-tensiune a acestei diode. Cunoscând $R_1 = 4k\Omega$ și $R_2 = 1k\Omega$ calculați intensitatea curentului electric care trece prin diodă și prin rezistorul R_2 atunci când tensiune aplicată este: a) $U = 2,5V$; b) $U = 4,5V$.

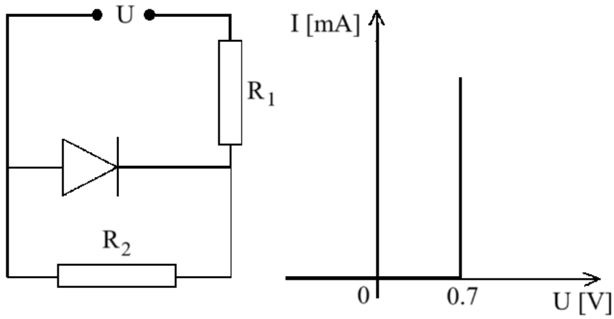


Fig. 8.8. Figura corespunzătoare problemei 17.

R: a) $0A$ și $0,5mA$; b) $0,25mA$ și $0,7mA$.

18. În instrumentele electrice care conțin miliampermetre, sunt conectate două diode din siliciu de putere mică în paralel cu microampermetrul. Care este funcția acestor diode? Dacă tensiunea de deschidere a diodei este $0,7V$ și rezistența instrumentului este 100Ω, calculați valoarea maximă a intensității care poate trece prin miliampermetru.

R: $I_m = 7mA$.

19. O diodă semiconductoare care are caracteristica din Fig. 8.9 este legată în serie cu o sursă de curent alternativ și un rezistor de rezistență $R = 20\Omega$. Cunoscând tensiunea electromotoare a sursei $e = 5\sin 100\pi t\,(V)$, determinați valoarea maximă a intensității curentului.

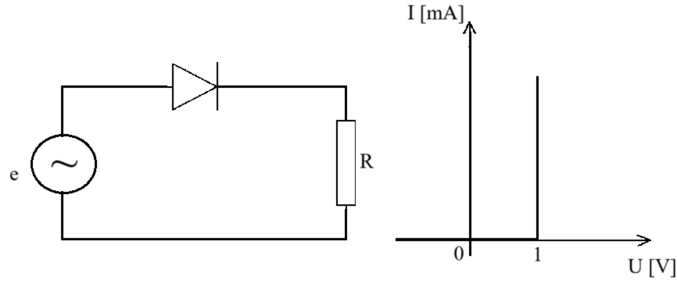


Fig. 8.9. Figura corespunzătoare problemei 19.

R: $I_m = 0,2A$.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Cone, Gh. Stanciu, S. Tudorache – Probleme de fizică pentru liceu – Mecanică, Termodinamică, Fizică Moleculară, Editura Academiei R.S.R., București, 1986.

2. O.Irizoiu, F. Barvinschi – Fizică. Aplicații, Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 2023.

3. F. Barvinschi – Fizică Generală, Editura Orizonturi Universitare, Timişoara, 2016.

4. M. Cristea, F. Barvinschi, D. Popov, I. Luminosu, I. Damian, I. Zaharie – Fizică. Elemente Fundamentale, Editura Politehnica, Timișoara, 2009.

5. B. Arsenov, S. Arsenov, C. Major, A. Stefan – Probleme de fizică pentru clasele XI-XII, Editura fundației „Moise Nicoară", 2013.

6. G. Cone, Gh. Stanciu – Probleme de fizică pentru liceu – Fenomene electrice și optice, Elemente de Fizică Cuantică, Fizica nucleului, Editura Academiei R.S.R., București, 1988.

7. A. Hristev – Probleme de fizică, Editura Prometeu, Bucureşti 1991.

8. O. Gherman, E. Magyari, L. Meder, L. Saliu, L. Tătar, F. Uliu – Probleme de fizică pentru liceu, Editura Scrisul Românesc, Craiova 1975.

9. B. Arsenov, S. Arsenov, S. Biris, C. Major, A. Stefan – Probleme de fizică pentru clasele IX, Editura fundației „Moise Nicoară", 2019.

10. C. Marcu, I. Mihalca, P.Crăciun, M. Cristea, D. Mihailovici, V. Dorobanțu, D. Popov, I. Luminosu, I. Damian, I. Miron, M. Boldan, M. Gangăl, F. Barvinschi, I. Zaharie, S. Bălan – Probleme de fizică pentru absolvenții de liceu, Editura Politehnica Timișoara 1998, 1999.

11. I. Druică Zeletin, I. Popescu – Probleme de mecanică și acustică, Editura Tehnică, Bucureşti, 1974.

12. A. Hristev – Probleme de termodinamică, fizică moleculară și căldură, Editura Tehnică, București, 1988.

13. V. Florescu, T. Marian, M. Zaharia – Probleme de mecanică cuantică, Partea I, II, Universitatea din București, 1986.

14. M. Preda, P. Cristea – Probleme de electricitate, Editura Tehnică, București, 1973.

15. I. Luminosu – Fizica – elemente fundamentale, Editura Politehnica, 2002.

16. S. Pretorian, M. Costache, V. Chirițoiu – Fizica, Elemente fundamentale – Aplicații, Editura Politehnica, Timișoara, 2006.

17. C. De Sabata, M. David, I. Damian, I. Luminosu și alții – Probleme de fizică, Vol 1,2, Tipografia U.P.T., 1981.

18. I. Luminosu – Fizică – Aplicații Practice, Teste Grilă, Editura Politehnica, Timișoara, 2004.

19. O. Aczel – Mecanică fizică, Oscilații și unde, Editura Politehnica, 1975.

20. M. Sandu – Mecanică Teoretică, Editura Didactică și Pedagogică, București, 2002.

21. I. Luminosu, V. Chirițoi, N. Pop, M. Costache – Fizică – teorie, probleme și teste grilă, Editura Politehnica, Timisoara, 2013.

22. I. Zaharie – Culegere de întrebări și probleme de fizică, Editura Politehnica, 2004.

23. P. Crăciun – Probleme de fizică, Lit. Inst. Polit. T. Vuia din Timișoara.

24. S. Bălan și F. Barvinschi – Culegere de probleme de fizică generală, Editura Politehnica, Timișoara, 1995.

25. E. V. Gugui – Teste de fizică, Editura Albatros, București, 1980.

26. R. Sfichi – Probleme la limită și extrem în fizică, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1990.

CUPRINS

Manualul Studentului

Editura POLITEHNICA

ISBN 978-606-35-0596-6